CAPITOLO

14

Vad Shum / Shutterstock

In edilizia la stima delle proprietà meccaniche dei materiali e l'individuazione di eventuali difetti o situazioni di degrado sono premesse indispensabili per poter intervenire con efficacia sulle strutture esistenti.
A questo scopo sono oggi disponibili diverse prove non distruttive.

Come possono essere sfruttate le onde meccaniche per valutare lo «stato di salute» di una muratura?

Leggi la risposta nell'eBook

LE ONDE MECCANICHE

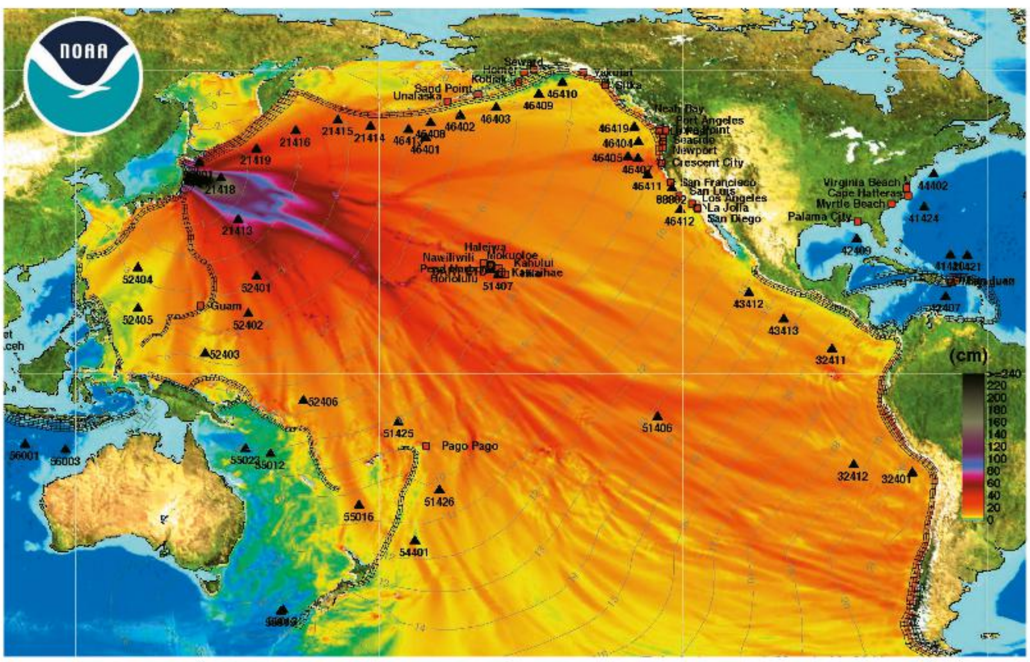
1 I MOTI ONDULATORI

Ophelia Jane Julia / Flickr

Lo **tsunami** che nel 2011 ha devastato le coste del Giappone e causato il disastro nucleare di Fukushima è stato provocato da un terremoto con epicentro in mare.

All'origine di uno tsunami c'è sempre il sollevamento improvviso di una grande massa d'acqua che può verificarsi, per esempio, in conseguenza di una scossa sismica o di un'eruzione vulcanica sottomarina. Un evento di questo genere innalza l'intera colonna d'acqua che va dal fondale alla superficie e crea una sequenza di onde che possono viaggiare per distanze transoceaniche.

La **FIGURA 1** è una mappa prodotta dall'agenzia americana NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration) che descrive la propagazione dello tsunami del 2011 attraverso l'Oceano Pacifico.



NOAA

FIGURA 1 ▶ Lo tsunami del 2011 ha avuto origine vicino alla costa nord-orientale del Giappone e ha attraversato l'Oceano Pacifico in tutte le direzioni. I colori della mappa, dal nero al violetto, fino al rosso e al giallo, rappresentano l'altezza delle onde secondo la legenda riportata sulla destra; i contorni in grigio mostrano i punti raggiunti dallo tsunami a intervalli di un'ora.

La mappa della NOAA è il risultato di una simulazione, elaborata secondo un modello e basata sui dati raccolti da stazioni di monitoraggio dislocate per tutto l'oceano (nei punti segnati con un triangolino).

Queste stazioni hanno dei sensori di pressione sul fondale e rilevano indirettamente, dalle variazioni di pressione, le variazioni di altezza della superficie dell'acqua. Ciascuna stazione è in comunicazione satellitare, tramite una **boa anti-tsunami** provvista di antenne, con un centro di controllo, che utilizza le misure per fare previsioni e valutare rischi.

Al passaggio delle onde di uno tsunami, le boe salgono e scendono ma non strappano gli ormeggi e non vengono trascinate via. Ciò indica che le onde non trasportano l'acqua da una parte all'altra dell'oceano; tuttavia la mettono in movimento e la innalzano, ossia trasportano quantità di moto, energia cinetica ed energia potenziale gravitazionale.

Un'onda è una *perturbazione* che si propaga trasportando energia e quantità di moto, ma non materia.

Al largo, le onde di uno tsunami hanno un'altezza di poche decine di centimetri; tuttavia, la colonna d'acqua perturbata al loro passaggio ha una massa molto grande e quindi è molto grande anche la quantità di energia che esse trasportano. Vicino alla riva, dove il fondale è più basso e l'energia viene trasferita a masse d'acqua via via minori, le onde crescono in altezza. Ecco perché uno tsunami può passare inosservato ai passeggeri di una nave, in alto mare, ma essere catastrofico sulla costa.

Nell'esempio dello tsunami, la scossa sismica o l'eruzione vulcanica che ne è all'origine rappresentano la *sorgente* delle onde e l'acqua costituisce il *mezzo materiale* attraverso cui le onde si propagano.

NOAA

AL VOLO

LA VELOCITÀ DELLO TSUNAMI

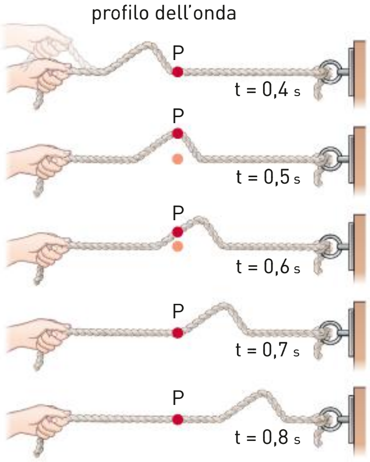
La città di Los Angeles dista circa 8 600 km dal punto di origine dello tsunami del 2011.

- Sulla mappa della NOAA leggi quanto tempo ha impiegato lo tsunami per arrivare a Los Angeles. Con quale velocità media hanno viaggiato le onde?
- Cerca in Internet la velocità di crociera di un aereo di linea e confronta.

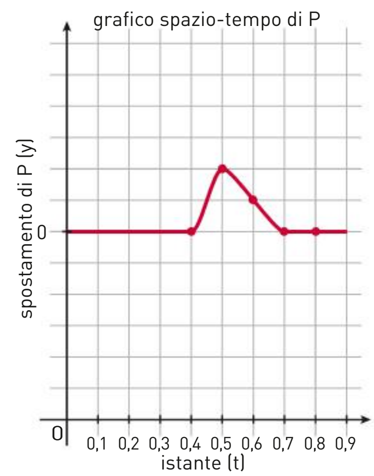
Onde trasversali e longitudinali

Le proprietà di uno tsunami sono molto complesse da analizzare. Per ottenere un tipo di onda più semplice, agitiamo un'estremità di una corda tesa, spostandola rapidamente in su e in giù.

■ La deformazione prodotta dal movimento della mano (la sorgente dell'onda) si propaga lungo la corda (il mezzo materiale) in orizzontale.



■ Tuttavia, ogni piccolo tratto della corda si muove soltanto in su e in giù. Quindi non si ha trasporto di materia, ma solo di energia e di quantità di moto.



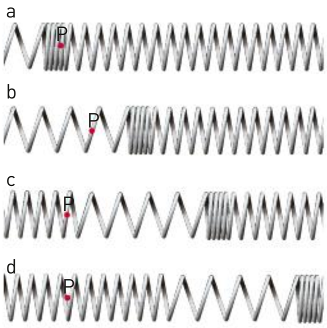


FIGURA 2 Onda longitudinale che si propaga lungo una molla. Le spire della molla si spostano parallelamente alla direzione di propagazione: ciò nonostante l'onda non trasporta materia, poiché ogni spira fa ritorno alla propria posizione di equilibrio.

Mentre l'onda si sposta, ciascun punto ripete il moto che la mano ha impresso all'estremità della corda, muovendosi verticalmente per poi tornare alla posizione di partenza. Poiché questo moto è perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda (e di trasporto dell'energia), l'onda è detta *trasversale*.

In una molla possiamo produrre un'onda con proprietà diverse. Se spostiamo rapidamente avanti e indietro un'estremità della molla, le spire prima si avvicinano, poi si allontanano e infine tornano nella configurazione iniziale. L'onda che percorre la molla consiste nella compressione e nella successiva espansione delle spire.

La FIGURA 2 mostra che un punto qualunque, oscillando attorno alla propria posizione di equilibrio, si muove parallelamente alla direzione lungo cui avanza l'energia. Perciò l'onda è definita *longitudinale*.

Costituisce un'onda longitudinale anche la perturbazione che attraversa un solido quando viene percosso. La FIGURA 3 rappresenta una sbarra di acciaio colpita a un'estremità da un martello. Il colpo comprime l'acciaio, provocando localmente un piccolo aumento di densità (esagerato nella figura) che si propaga lungo la sbarra. L'onda è longitudinale perché ogni porzione del mezzo materiale oscilla avanti e indietro in orizzontale, nella stessa direzione dell'onda.

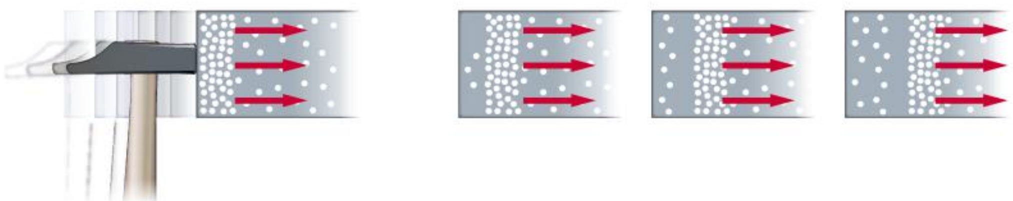


FIGURA 3 ▶ Onda longitudinale che si propaga lungo una sbarra di acciaio.

ANIMAZIONE
Onde trasversali e longitudinali

Si ha:

- un'**onda trasversale** quando gli elementi del mezzo materiale si spostano perpendicolarmente alla direzione lungo cui si propaga l'onda;
- un'**onda longitudinale** quando si spostano nella stessa direzione dell'onda.

FIGURA 4 ▶ Confronto tra un'onda longitudinale e un'onda trasversale.

In una molla si possono produrre sia onde longitudinali, muovendo l'estremità avanti e indietro, sia onde trasversali, muovendo l'estremità perpendicolarmente alla molla (FIGURA 4).

I vari tipi di onde

Le onde che si propagano lungo una molla, longitudinali o trasversali, sono esempi di *onde elastiche*.

Un'**onda elastica** è un'onda che si propaga attraverso un mezzo materiale grazie alle proprietà elastiche del mezzo.

Altre onde elastiche sono quelle che si formano lungo una corda tesa. Anche se in molti casi, per semplicità, si assume che le corde siano inestensibili, più realisticamente esse si comportano come molle, cioè si oppongono all'allungamento con la forza di tensione, che è una forza di tipo elastico. Quando una corda è tesa, una deformazione trasversale la allunga, benché di poco: la deformazione si allontana, sotto forma di onda, dalla zona in cui è prodotta perché la corda tende a ritornare alla configurazione di equilibrio per effetto della sua elasticità.

Per lo stesso motivo, sono onde elastiche quelle che si propagano lungo una sbarra di acciaio e anche le *onde sismiche* che viaggiano attraverso le rocce e il terreno durante un **terremoto**. L'acciaio e la roccia infatti hanno proprietà elastiche, cioè sviluppano forze che si oppongono alla loro deformazione.

Paolo Bona / Shutterstock

Ugualmente, sono elastiche le *onde sonore*: nell'aria e nell'acqua, come in tutti i fluidi, il suono si propaga grazie al susseguirsi di compressioni e rarefazioni, secondo lo stesso meccanismo descritto per la sbarra di acciaio.

Invece le *onde sull'acqua* (quelle di uno tsunami, o anche le normali onde marine, che sono prodotte dal vento) non sono elastiche, ma sono dovute alla forza-peso che agisce sulle masse d'acqua sollevate.

Nell'acqua, dunque, possono formarsi due tipi di onde, che hanno meccanismi di propagazione diversi. Il mezzo materiale è sempre lo stesso, ma viene descritto con modelli differenti: come un mezzo comprimibile ed elastico nel caso delle onde sonore e come un mezzo incomprimibile soggetto solo alla gravità in quello delle onde in superficie.

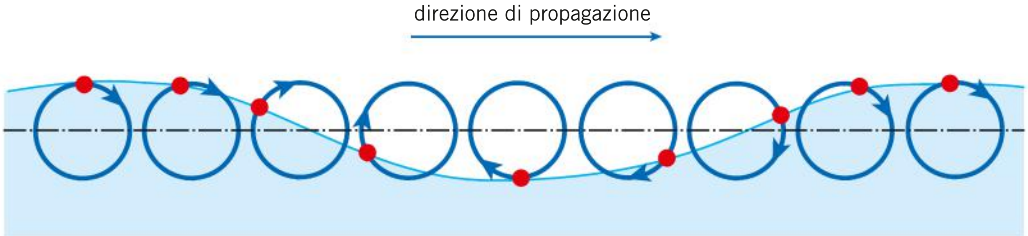


FIGURA 5
Moto circolare dei volumetti d'acqua al passaggio di un'onda.

La **FIGURA 5** mostra che in un'onda che muove la superficie dell'acqua ogni volumetto d'acqua è soggetto a due moti: uno trasversale, che segue l'alzarsi e l'abbassarsi dell'onda, e uno longitudinale, avanti e indietro, nella direzione in cui si propaga l'onda. Come conseguenza, i volumetti d'acqua descrivono una traiettoria circolare.

Questo movimento circolare avviene dove l'acqua è sufficientemente profonda. In prossimità della riva, nella zona in cui si pratica il **surf**, le onde si frangono perché il fondo è vicino.

EpicStockMedia / Shutterstock

Tutte le onde di cui abbiamo parlato finora sono *onde meccaniche*.

Si definisce **onda meccanica** un'onda che ha bisogno di un mezzo materiale (solido, liquido o aeriforme) per propagarsi.

La *luce* si propaga come un'onda, ma non è un'onda meccanica perché può attraversare anche il vuoto (per esempio, lo spazio privo di materia tra il Sole e la Terra). La luce è un'onda elettromagnetica, come lo sono anche le *onde radio* e le *microonde*: in questo tipo di onde le grandezze fisiche che variano e trasmettono energia sono, simultaneamente, il campo elettrico e il campo magnetico.

2 FRONTI D'ONDA E RAGGI

Le onde possono propagarsi in un mezzo unidimensionale (come una corda), in un mezzo bidimensionale (come la membrana di un tamburo) e anche nello spazio tridimensionale, come accade alle onde sonore nell'aria.

Se facciamo scoppiare un petardo, l'onda sonora prodotta si propaga radialmente in tutte le direzioni. Lo strato d'aria attorno al petardo subisce una compressione e subito dopo si rarefà; l'onda consiste in una sequenza di compressioni e rarefazioni che si allontana dalla sua sorgente e fa variare, da un istante all'altro e da un punto all'altro, la pressione dell'aria (oltre che la sua densità).

Tutti i punti che si trovano a distanza r dallo scoppio sono investiti dall'onda nello stesso istante e formano un *fronte d'onda*.

Un **fronte d'onda** è un insieme di punti in cui la grandezza che varia al passaggio dell'onda (per esempio la pressione, nel caso di un'onda sonora) ha lo stesso valore in qualunque istante.

L'onda sonora generata dal petardo è un'*onda sferica*, perché i suoi fronti d'onda hanno la forma di sfere concentriche. Tuttavia, come mostra la FIGURA 6, a grande distanza dal punto di origine ogni piccola porzione di un fronte d'onda assomiglia sempre più a una superficie piana. Quindi, molto lontano dalla sorgente, un'onda sferica può essere localmente descritta come un'*onda piana*, con fronti d'onda piani e paralleli. Nella figura i fronti d'onda sono rappresentati in sezione: come circonferenze quelli sferici, come segmenti rettilinei quelli piani.

AL VOLO

ONDE IN 3D O IN 2D?

- Le onde piane si propagano in mezzi tridimensionali o in mezzi bidimensionali?

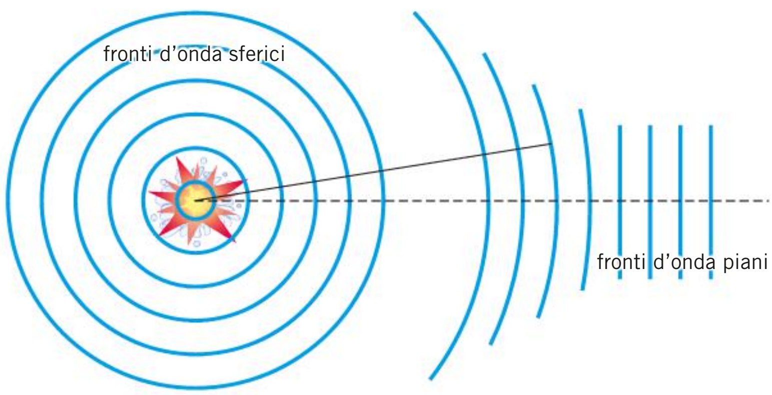


FIGURA 6 Lontano dalla sorgente, dove il raggio di curvatura r dei fronti d'onda sferici è molto grande, una porzione non troppo estesa di fronte d'onda è approssimativamente piana.

Davide Restivo/ Wikimedia

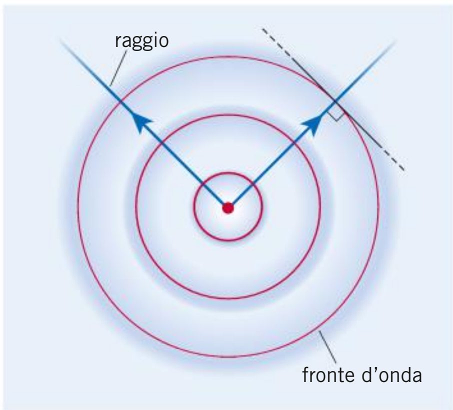
Le **increspature della superficie dell'acqua** che si producono, per esempio, quando una goccia di pioggia cade in una pozzanghera sono onde bidimensionali: per la forma dei loro fronti d'onda sono chiamate *onde circolari*.

I raggi di un'onda

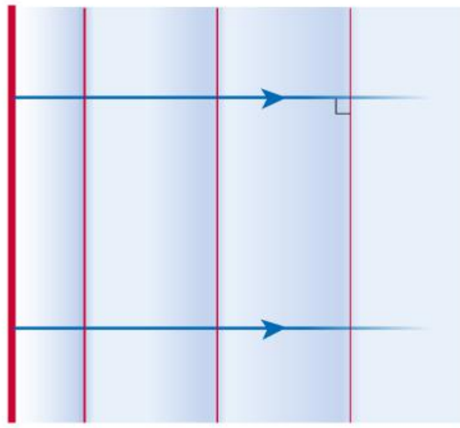
Si chiamano raggi di un'onda le rette perpendicolari ai fronti d'onda.

I raggi indicano, in ogni punto, la direzione lungo cui si propaga l'onda: nella loro rappresentazione grafica, si usa di solito una freccia per specificare il verso di propagazione.

- In un'onda sferica, che si propaga in tutte le direzioni, i raggi sono semirette uscenti dalla sorgente.



- Un'onda piana, che viaggia in un'unica direzione, ha raggi rettilinei e paralleli tra loro.



AL VOLO

LA DIREZIONE DI TRASPORTO DELL'ENERGIA: UNA SOLA O PIÙ D'UNA?

▶ Lungo quale direzione o quali direzioni un'onda circolare trasporta energia sulla superficie dell'acqua? E un'onda sonora con fronti d'onda piani?

3 LE ONDE PERIODICHE

Scuotiamo più volte in su e in giù con la mano un'estremità di una corda tesa, senza cambiare ritmo. Per esempio, compiamo un moto armonico con periodo di 0,5 s.

Mentre la mano si muove, l'onda si propaga nella direzione x della corda e ogni pezzetto di corda raggiunto dall'onda oscilla in verticale. Nella **FIGURA 7** il *profilo dell'onda*, cioè lo spostamento verticale y di ogni punto della corda, è rappresentato a tre istanti diversi.

RICORDA

Il grafico spazio-tempo di un moto armonico può essere una cosinusoide (se lo spostamento iniziale dal centro di oscillazione è massimo), o anche una sinusoide (se il moto comincia dal centro di oscillazione). Il periodo del moto è la durata di un'oscillazione completa.

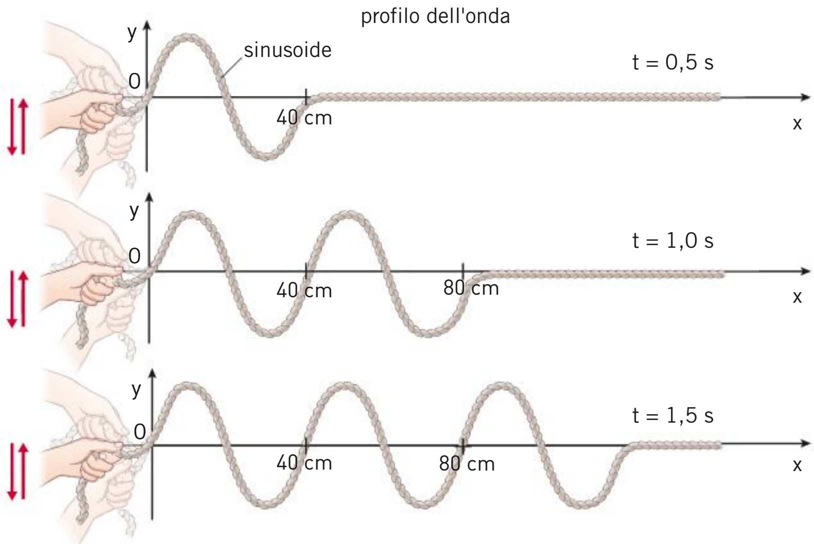


FIGURA 7 Moto di un'onda periodica lungo una corda tesa.

- Nel primo intervallo di tempo di 0,5 s la mano va giù, torna nella posizione di partenza ($y = 0$), va su e scende di nuovo alla posizione di partenza. All'istante $t = 0{,}5$ s, l'onda è avanzata per un tratto di corda lungo 40 cm e ha dato a questo primo tratto la forma di una sinusoide.
- All'istante $t = 1{,}0$ s, il profilo della corda comprende due cicli di sinusoide, che corrispondono a due oscillazioni complete della mano.
- All'istante $t = 1{,}5$ s, dopo tre oscillazioni della mano, i cicli di sinusoide sono tre.

L'onda che avanza lungo x è formata dalla ripetizione regolare di oscillazioni sinusoidali, ciascuna delle quali è lunga 40 cm. Ogni oscillazione completa in x si forma con un'oscillazione completa della mano nel tempo, cioè in 0,5 s. Quindi il massimo (o il minimo) di un'oscillazione va avanti di 40 cm in 0,5 s, alla velocità di 80 cm/s.

In qualsiasi tipo di onda si ha una grandezza y che varia con il tempo t e con la posizione x. Per visualizzare l'onda si può fissare t e disegnare il grafico di y in funzione di x: questo grafico rappresenta il **profilo dell'onda**.

Nel caso di un'onda lungo una corda il profilo dell'onda è come una fotografia istantanea della corda.

Un'**onda periodica** è un'onda la cui sorgente compie un moto periodico e il cui profilo si ripete identico a distanze regolari.

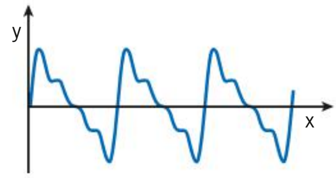


FIGURA 8 ▶ Un'onda periodica non armonica. Il profilo di un'onda periodica può anche non essere sinusoidale, ma si ripete sempre con regolarità.

Il profilo di un'onda periodica non è necessariamente sinusoidale (FIGURA 8); lo è soltanto se la sorgente oscilla di moto armonico, ossia se l'onda è *armonica*.

Un'**onda armonica** è un'onda generata da una sorgente che oscilla di moto armonico.

La lunghezza d'onda e l'ampiezza

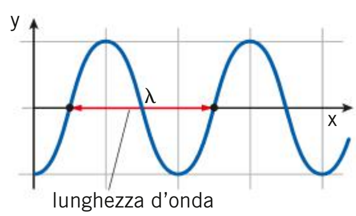


FIGURA 9 ▶ Lunghezza d'onda di un'onda armonica.

La FIGURA 9 e la FIGURA 10 mostrano il profilo di un'onda armonica. Le distanze rappresentate nelle due figure, *lunghezza d'onda* e *ampiezza*, sono due grandezze che caratterizzano ogni onda periodica (armonica e non).

La **lunghezza d'onda** λ è la minima distanza dopo la quale il profilo di un'onda periodica torna a riprodursi identico a se stesso.

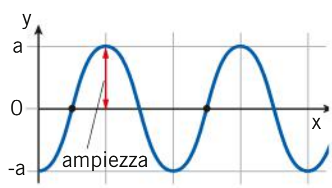


FIGURA 10 ▶ Ampiezza di un'onda armonica.

Nel profilo dell'onda, due massimi (o due minimi) consecutivi sono separati dalla distanza λ. Nell'esempio della corda si ha $\lambda = 40$ cm.

L'**ampiezza** a di un'onda periodica è la differenza tra il valore massimo della grandezza oscillante y e il suo valore di equilibrio.

EpicStockMedia / Shutterstock

Le **onde del mare**, nel loro insieme, costituiscono un'onda periodica: se le loro creste distano 3 m l'una dall'altra, la lunghezza d'onda è di 3 m; se esse sono sollevate di 1 m rispetto al livello normale dell'acqua, l'ampiezza è di 1 m.

Il periodo e la frequenza

Consideriamo come si muove, al passare del tempo, un punto di una corda percorsa da un'onda periodica: mentre l'onda si sposta in orizzontale, il punto oscilla in su e in giù riproducendo (anche se con un certo ritardo) il moto della mano che scuote l'estremità della corda.

In un punto x fissato lungo la direzione di propagazione di un'onda periodica, la grandezza y che descrive l'onda oscilla con moto periodico nel tempo: il **periodo** T dell'onda è l'intervallo di tempo impiegato da y per un'oscillazione completa.

Nell'esempio della corda il periodo è 0,5 s.

La **frequenza** f è il numero di oscillazioni che, nel punto fissato, l'onda compie nell'unità di tempo, cioè in 1 s.

Come sappiamo dalla meccanica, la relazione tra T e f è data dalla formula

$$f = \frac{1}{T}. \qquad [1]$$

Poiché il periodo si misura in secondi, la frequenza si misura in s^{-1}, cioè in hertz (Hz).

Nell'esempio della corda la frequenza è 2 Hz.

Il periodo e la frequenza di un'onda periodica sono uguali al periodo e alla frequenza con cui oscilla la sorgente dell'onda.

La velocità di propagazione

Nell'intervallo di tempo di un periodo un'onda periodica percorre la distanza di una lunghezza d'onda; quindi la sua **velocità di propagazione** è

velocità di propagazione (m/s)
lunghezza d'onda (m)

$$v = \frac{\lambda}{T} \qquad [2]$$

periodo (s)

o anche, per la relazione [1] tra periodo e frequenza,

velocità di propagazione (m/s)
lunghezza d'onda (m)

$$v = \lambda f \qquad [3]$$

frequenza (Hz)

Applicando le leggi della meccanica si può dimostrare che

la velocità di propagazione dipende dalle proprietà del mezzo materiale attraversato dall'onda.

AL VOLO

CONTARE LE CRESTE D'ONDA PER MISURARE LA FREQUENZA

Sei seduto all'estremità di un pontile sul mare e osservi le creste d'onda che oltrepassano il pilone sotto di te.

- Se in 15 s ne conti 6, qual è la frequenza delle onde?

[0,4 Hz]

Di conseguenza, poiché il periodo T o la frequenza f sono determinati solamente dal moto della sorgente, dall'equazione [2] o dalla [3] si vede che anche la lunghezza d'onda dipende dal mezzo.

AL VOLO

ANALISI DIMENSIONALE

- Dimostra che il secondo membro dell'equazione **[4]** ha le dimensioni fisiche della velocità.

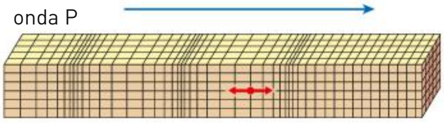
La velocità v di un'onda lungo una corda tesa dipende dall'intensità F_T della forza di tensione e dalla *densità lineare* d_L della corda. La densità lineare è a sua volta data dal rapporto $d_L = \frac{m}{L}$ tra la massa m della corda e la sua lunghezza L. Precisamente, vale la formula

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{d_L}}. \qquad [4]$$

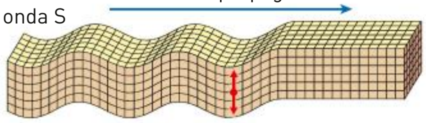
Quindi, un'onda lungo una corda viaggia tanto più velocemente quanto più la corda è tesa e tanto più lentamente quanto maggiore è la densità lineare (ossia l'inerzia) della corda stessa.

La velocità di propagazione di un'onda attraverso un dato mezzo dipende anche dal tipo di onda. Durante un terremoto, nel sottosuolo si propagano onde longitudinali, chiamate onde P (primarie), e onde trasversali, chiamate onde S (secondarie).

- Le onde P sono più veloci. Attraverso il granito, per esempio, viaggiano a circa 5 km/s.



- Le onde S sono più lente e nel granito si propagano con una velocità approssimativamente uguale a 3 km/s.



LE NUOVE TECNOLOGIE

Gomme intelligenti per estrarre energia dalle onde del mare

Per essere definito «intelligente» un materiale deve essere sensibile a qualche stimolo e reagire in modo utile. Tra questi ci sono gli *elastomeri elettroattivi*, gomme racchiuse a sandwich tra elettrodi flessibili che si dilatano in risposta all'applicazione di una tensione elettrica, per poi riprendere la forma e le dimensioni originarie allo spegnersi della tensione.

Sfruttando questa proprietà, cioè la capacità di convertire energia elettrica in energia potenziale elastica e quindi in lavoro meccanico, gli elastomeri elettroattivi sono utilizzati come **muscoli artificiali** nella robotica.

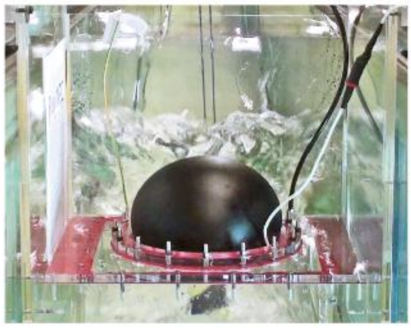
Richard Greenhill Hugo Elias / Wikimedia

Queste gomme funzionano anche al contrario: se vengono deformate meccanicamente e poi lasciate rilassare, trasformano l'energia elastica in energia elettrica, comportandosi come generatori. In diversi centri di ricerca si progettano «generatori a gomma» per sfruttare l'energia delle onde marine.

I ricercatori dell'istituto californiano SRI International hanno realizzato un dispositivo montato su una boa, il cui funzionamento si basa su una pila di dischi di gomma elettroattiva. La pila fornisce energia elettrica mentre si allunga e si accorcia per azione di una leva, che le onde fanno muovere su e giù con maggiore ampiezza rispetto al resto della struttura.

SRI International

Il progetto europeo PolyWEC ha come obiettivo un generatore più semplice: una struttura cava, chiusa in alto da una membrana elettroattiva e aperta in basso. Al passaggio di un'onda la pressione dell'aria racchiusa nella cavità oscilla; quindi la membrana si gonfia e si sgonfia e allo stesso tempo trasforma energia elastica in energia elettrica.



PolyWEC

Le onde del mare sono una fonte di energia rinnovabile che potrebbe soddisfare una grossa parte della domanda energetica mondiale; attualmente, però, non esiste alcun impianto che le sfrutti su scala industriale.

Estrarre energia dalle onde è un'impresa difficile, nella quale si procede per tentativi, esplorando molte vie diverse. Tra le macchine finora costruite e sperimentate vi sono serpentoni galleggianti che prendono energia dal mare in superficie, boe che sfruttano il movimento oscillatorio impresso dalle onde in direzione verticale, dispositivi ancorati sui fondali che funzionano grazie alle variazioni di pressione prodotte dal moto ondoso. Alcuni sistemi producono energia elettrica sul posto e la trasmettono sulla terraferma tramite cavi sottomarini; altri portano a riva direttamente l'energia meccanica con cui alimentare poi una centrale elettrica. In tutti i casi si ha a che fare con macchine complesse, che hanno bassi rendimenti e costi di installazione e manutenzione eccessivi.

Tra questi metodi, così divergenti, non è chiaro quale sarà a prevalere. Forse il miglior dispositivo non è stato ancora inventato e gli elastomeri elettroattivi potrebbero rappresentare la svolta tecnologica necessaria per rendere lo sfruttamento dell'energia delle onde economicamente vantaggioso.

AL VOLO

DA CHE COSA DIPENDE LA POTENZA DELLE ONDE?

Quanto più le onde del mare sono veloci e quanto maggiore è la loro ampiezza a, tanto più grande è la potenza P che esse trasportano per unità di lunghezza del fronte d'onda. Dalle leggi della meccanica si trova che in acque profonde la velocità delle onde aumenta con il periodo T; inoltre si ottiene la seguente relazione di proporzionalità:

$$P = k\, a^2\, T.$$

▸ In certe condizioni meteorologiche, la potenza P trasportata dalle onde per unità di lunghezza è uguale a 15 kW/m: che valore assume P se, al cambiare delle condizioni, raddoppiano sia l'ampiezza sia il periodo delle onde?

[120 kW/m]

PROBLEMA MODELLO 1 ACCIAIO INOX

Un cavo di acciaio inox (densità $d = 7{,}8 \times 10^3$ kg/m^3) di sezione 1,5 mm^2 è sottoposto a un impulso che si muove alla velocità di 200 m/s. La sua tensione di rottura pari a 500 N/mm^2.

▸ **Stabilisci se il cavo si rompe o se regge al passaggio dell'impulso.**

DATI

Sezione del filo: $S = 1{,}5$ mm^2
Densità dell'acciaio: $d = 7{,}8 \times 10^3$ kg/m^3
Velocità dell'impulso: $v = 200$ m/s
Tensione di rottura dell'acciaio inox: $F = 500$ N/mm^2

INCOGNITE

Tensione dovuta all'impulso: $F_T = ?$

L'IDEA

- Il cavo d'acciaio si deforma, al passaggio dell'impulso, per poi riacquistare la sua forma originale. Questa deformazione meccanica sottopone il cavo a una tensione che dipende dalla velocità di propagazione dell'impulso e dalla massa per unità di lunghezza del cavo (densità lineare), cioè $v = \sqrt{\frac{F_T}{d_L}}$. Se l'impulso si propaga troppo velocemente, allora può generarsi una tensione che danneggia il cavo, fino a spezzarlo. A ogni cavo è infatti associata una sua caratteristica tensione di rottura.

LA SOLUZIONE

Calcolo la densità lineare del cavo di acciaio inox.
Considero il cavo di forma cilindrica. La densità dell'acciaio è $d = 7{,}8 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$, quindi la sua densità lineare si può esprimere come:

$$d_L = \frac{m}{L} = \frac{m}{V/S} = \frac{mS}{V} = Sd$$

$$\text{cioè } d_L = \left(1{,}5 \times 10^{-6}\,\text{m}^2\right) \times \left(7{,}8 \times 10^3\,\text{kg/m}^3\right) = 1{,}17 \times 10^{-2}\ \text{kg/m}$$

Calcolo la tensione a cui è sottoposto il cavo.

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{d_L}} \rightarrow F_T = d_L v^2$$

quindi

$$F_T = \left(1{,}17 \times 10^{-2}\ \text{kg/m}\right) \times \left(200\ \text{m/s}\right)^2 = 4{,}7 \times 10^2\ \text{N}$$

Pertanto il cavo di acciaio inox è sottoposto a un carico di rottura pari a:

$$\frac{F}{S} = \frac{4{,}7 \times 10^2\,\text{N}}{1{,}5\ \text{mm}^2} = 3{,}1 \times 10^2\ \text{N/mm}^2$$

valore inferiore a quello della forza di tensione, per cui il cavo non si spezza.

4 LE ONDE ARMONICHE

Nel paragrafo precedente abbiamo detto che, se un'estremità di una corda tesa è fatta oscillare di moto armonico con periodo T, lungo la corda si propaga un'onda armonica: ogni punto della corda raggiunto dall'onda si mette a oscillare nel tempo, compiendo un moto armonico con lo stesso periodo T.

La legge delle onde armoniche in un punto fissato

Mentre l'onda si propaga, un punto fissato della corda si sposta trasversalmente di una quantità y dalla sua posizione di equilibrio. In funzione del tempo t, lo spostamento y è espresso dalla legge

istante di tempo (s)
spostamento (m)
pulsazione (rad/s)

$$y = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) = a\cos\left(\omega t + \varphi_0\right) \qquad [5]$$

ampiezza (m)
periodo (s)
fase iniziale (rad)

che è una generalizzazione della legge oraria del moto armonico e in cui:

- a è l'ampiezza dell'onda;
- T è il periodo;
- $\omega = \frac{2\pi}{T}$ è la pulsazione del moto armonico, espressa in radianti al secondo;
- $\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0 = \omega t + \varphi_0$, cioè l'argomento della funzione coseno, è la fase del moto: si indica con la lettera greca φ (fi) ed è espressa in radianti;
- φ_0 è la *fase iniziale*, ossia il valore della fase all'istante $t = 0$ s.

La **FIGURA 11** mostra il grafico della formula [5]. Per semplicità si è scelto $\varphi_0 = 0$, per cui la curva ottenuta è una cosinusoide.

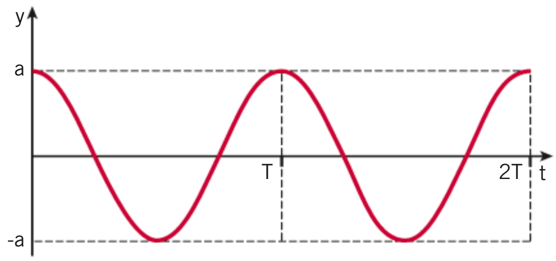


FIGURA 11
Grafico spazio-tempo che descrive il moto trasversale di un punto fissato, in una corda percorsa da un'onda armonica.

La fase iniziale

Nella **FIGURA 12** è rappresentato il profilo della corda all'istante $t = 0$ s. In tale istante, rispetto alla posizione di equilibrio, il punto P è spostato della quantità massima, uguale ad a, e il punto Q è spostato di una quantità y_0 generica. I due punti, nel tempo, compiono oscillazioni armoniche di uguale periodo T e uguale ampiezza a: per entrambi vale la formula [5], ma i loro spostamenti iniziali sono diversi.

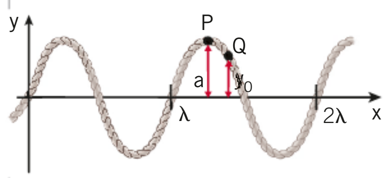


FIGURA 12
Il moto del punto Q è sfasato rispetto a quello del punto P.

Dalla [5], ponendo $t = 0$ s e $y = y_0$, si ottiene

$$y_0 = a \cos \varphi_0. \qquad [6]$$

Questa equazione mostra che lo spostamento iniziale y_0 è legato alla fase iniziale φ_0. Pertanto i due moti di P e di Q, che hanno inizio con spostamenti diversi, differiscono per il valore di φ_0, cioè sono *sfasati* l'uno rispetto all'altro.

Poiché per $t = 0$ s lo spostamento del punto P è massimo, le oscillazioni di P sono descritte dalla cosinusoide della figura precedente, cioè dalla formula [5] con $\varphi_0 = 0$.

Per descrivere il moto di Q bisogna assegnare a φ_0 un valore diverso, tale da soddisfare la [6]. Possiamo allora concludere che nella legge [5], che descrive un'onda armonica in funzione del tempo in un punto fissato,

> la **fase iniziale** è una costante che tiene conto delle condizioni iniziali dell'oscillazione.

AL VOLO

FASE INIZIALE E FORMA DEL GRAFICO SPAZIO-TEMPO

▶ Se, nella formula [5], la fase iniziale è $\varphi_0 = \frac{3}{2}\pi$, quanto vale lo spostamento y all'istante $t = 0$ s e qual è la forma del grafico spazio-tempo?

La legge delle onde armoniche in un istante fissato

Abbiamo finora studiato come varia lo spostamento y di un punto fissato al variare del tempo per un'onda armonica che percorre una corda. Possiamo però anche compiere l'operazione complementare, cioè fissare un istante di tempo e vedere com'è il profilo dell'onda, cioè lo spostamento y al variare della posizione x lungo la corda.

In generale esso è dato dalla formula

ampiezza (m)
spostamento (m)
posizione (m)

$$y = a\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \qquad [7]$$

lunghezza d'onda (m)
fase (rad) nell'origine delle coordinate

dove λ è la lunghezza d'onda, la grandezza che rappresenta il periodo spaziale dell'onda.

Come nella formula [5], l'argomento della funzione coseno, $\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0$, costituisce la fase dell'onda. Qui la fase iniziale φ_0 è il valore della fase nell'origine dell'asse delle coordinate, cioè per $x = 0$ m.

La funzione d'onda armonica

Le formule [5] e [7] descrivono in che modo un'onda armonica dipende, separatamente, dal tempo t e dalla posizione x. È possibile ricavare anche una formula più generale, che esprime l'andamento dell'onda al variare sia di x sia di t.

Tale formula è chiamata **funzione d'onda armonica** ed è data da:

ampiezza (m)
spostamento (m)
velocità di propagazione (m/s)

$$y = a\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_0\right] \qquad [8]$$

lunghezza d'onda (m)
fase (rad) per $x = 0$ m e $t = 0$ s

In essa, la fase $\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_0$ dipende da x e da t e contiene la velocità di propagazione v dell'onda, cioè la grandezza che indica quanto avanza l'onda nello spazio al passare del tempo. La fase iniziale φ_0 è il valore che assume la fase per $t = 0$ s e $x = 0$ m.

Poiché, per l'equazione [2], si ha $\frac{v}{\lambda} = \frac{1}{T}$, la fase dell'onda può essere riscritta come

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi\frac{v}{\lambda}t + \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \varphi_0.$$

Quindi, una forma equivalente della [8] è

$$y = a\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right). \qquad [9]$$

Le formule di questo paragrafo valgono per le onde armoniche lungo una corda, ma anche per onde armoniche di altro tipo: ciò che cambia è il significato della variabile y.

Per un'onda che si trasmette lungo una sbarra d'acciaio, la grandezza y che oscilla è la variazione di densità del materiale; per un'onda sonora, y può essere la variazione di pressione; per un'onda radio, il valore del campo elettrico.

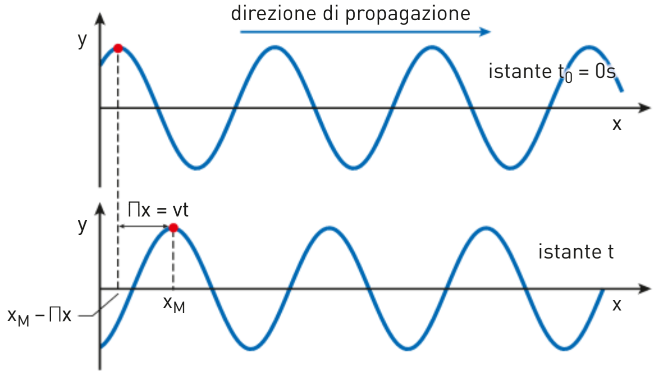
AL VOLO

CASI PARTICOLARI

- Dimostra che dalla formula **[9]**, fissando *x*, si ottiene come caso particolare la **[5]** e, fissando ***t***, si ottiene la **[7]**.

Derivazione della funzione d'onda armonica

La FIGURA 13 mostra, in alto, il profilo di un'onda armonica a un istante t_0 scelto come istante iniziale ($t_0 = 0$ s) e, in basso, il profilo della stessa onda a un istante t successivo. La velocità di propagazione v dell'onda rappresenta la velocità alla quale si sposta, per esempio, un massimo di oscillazione.



◀ FIGURA 13
Il profilo di un'onda armonica si sposta rigidamente a velocità v lungo la direzione di propagazione.

La funzione d'onda rappresenta il profilo dell'onda...

- La formula che dà il profilo dell'onda all'istante fissato $t_0 = 0$ s è la [7]:

$$y = a\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right).$$

- Osserva la figura: il massimo segnato con un punto rosso si sposta in avanti e, nell'intervallo di tempo $\Delta t = t - t_0 = t$, percorre la distanza

$$\Delta x = v\,t.$$

- Ciò significa che, all'istante t, alla coordinata x_M corrisponde lo stesso massimo che all'istante iniziale corrispondeva alla coordinata $x_M - \Delta x = x_M - v\,t$.

che si sposta ma non si deforma

- L'osservatore vedrebbe la stessa cosa se il profilo dell'onda fosse fermo ed egli andasse all'indietro alla stessa velocità, trovandosi a ogni istante t nella posizione $x - v\,t$.
- Pertanto, l'«onda in movimento» della formula [8] si ottiene dal «profilo fermo» della formula [7] sostituendo alla variabile x la variabile $x - v\,t$:

$$y = a\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_0\right].$$

AL VOLO

UN'ONDA CHE VA ALL'INDIETRO

Per un'onda armonica che si propaga con velocità v nella direzione e nel verso dell'asse coordinato x, la formula **[9]** dà il valore della grandezza oscillante y in ogni posizione x e a ogni istante t.

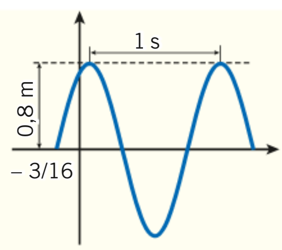
▶ Come cambia la **[9]** se l'onda si propaga, con una velocità di uguale valore assoluto v, in verso opposto rispetto all'asse x?

PROBLEMA MODELLO 2 UN'ONDA SULL'ACQUA

Considera un punto fissato di un'onda sull'acqua che ha la forma di un'onda armonica, con i dati presentati nella tabella e il grafico y-t mostrato.

▶ **Calcola la frequenza dell'oscillazione e scrivi l'equazione d'onda nel tempo.**

▶ **Calcola la velocità con cui l'onda si propaga e scrivi l'equazione dell'onda $y(x)$ in un istante dato.**



■ DATI	■ INCOGNITE
Ampiezza: $a = 0{,}8$ m	Frequenza: $f = ?$
Periodo: $T = 4{,}0$ s	Equazione d'onda in un punto fissato: $y(t) = ?$
Fase iniziale al tempo $t = 0$ s: $\varphi_0 = -3/16$ rad	Velocità: $v = ?$
Lunghezza d'onda: $\lambda = 15$ m	Equazione d'onda in un istante fissato: $y(x) = ?$

L'IDEA

- Calcolo la frequenza di oscillazione dal periodo, e la velocità dalla relazione $v = \lambda f$.
- Note tutte le caratteristiche del moto armonico dell'onda, posso scrivere le sue equazioni d'onda in un punto fissato $\left(y = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)\right)$ e in un istante di tempo fissato $\left(y = a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)\right)$.

LA SOLUZIONE

Calcolo la frequenza dell'oscillazione e la velocità di propagazione dell'onda.

$$f = \frac{1}{4{,}0\ \text{s}} = 0{,}25\ \text{Hz}$$

$$v = \lambda f = (15\ \text{m}) \times (0{,}25\ \text{Hz}) = 3{,}8\ \text{m/s}$$

Scrivo l'equazione dell'onda armonica in un punto fissato.

$$y(t) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) = (0{,}8\ \text{m}) \cos\left(\frac{2\pi}{4{,}0s}t - \frac{3}{16}\ \text{rad}\right)$$

Scrivo l'equazione dell'onda armonica in un istante fissato.

$$y(x) = a \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = (0{,}8\ \text{m}) \cos\left(\frac{2\pi}{15\ \text{m}}x\right)$$

ESPERIMENTO VIRTUALE

Interferenze

5 L'INTERFERENZA

Il canto di un coro è un insieme di molte voci, ognuna delle quali è un'onda sonora con profilo complesso che si propaga attraverso l'aria. Che cos'hanno in comune le voci dei coristi con i fasci laser di una discoteca?

- Le voci si sovrappongono ma non si mescolano, nel senso che l'una non distorce l'altra e, ascoltandole tutte assieme, riusciamo a distinguerle a una a una.

Ferenc Szelepcsenyl / Shutterstock

- Lo stesso accade a due fasci laser che si incrociano: la luce di ciascun fascio è un'onda elettromagnetica che procede indisturbata dopo aver attraversato quella dell'altro.

Yuyangc / Shutterstock

ANIMAZIONE

Il principio di sovrapposizione

Il principio di sovrapposizione

In entrambi gli esempi, le onde rispettano il principio di sovrapposizione.

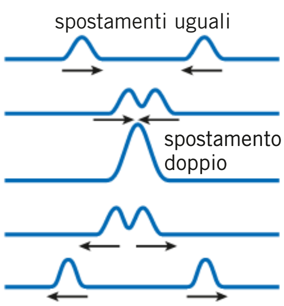
Principio di sovrapposizione: due o più onde che si propagano nello stesso mezzo generano una perturbazione data dalla somma delle perturbazioni che ciascuna onda produrrebbe da sola.

Quasi tutte le onde, quando le loro oscillazioni non sono troppo ampie, rispettano il principio di sovrapposizione. Questo principio, inoltre, vale in tutti i casi per le onde elettromagnetiche che si propagano nel vuoto.

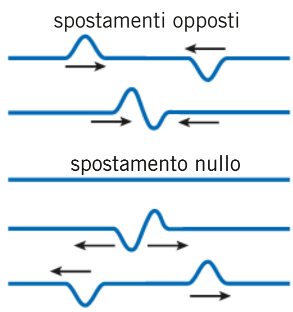
Interferenza di onde non periodiche

Due o più onde che si sovrappongono danno origine al fenomeno dell'**interferenza**. Consideriamo due onde non periodiche che si propagano lungo una corda in versi opposti.

- Se entrambe le onde provocano uno spostamento della corda verso l'alto, quando esse si sovrappongono, lo spostamento risultante è maggiore (uguale alla somma) degli spostamenti dovuti singolarmente a ciascuna delle due. Questo è un esempio di *interferenza costruttiva*.



- Si ha, invece, un'*interferenza distruttiva* se un'onda muove la corda verso l'alto e l'altra verso il basso: quando le due onde si sovrappongono, lo spostamento risultante è minore dei singoli spostamenti e in particolare, se i due spostamenti sono opposti, lo spostamento risultante è nullo.



In entrambi i casi, le due onde, dopo essersi sovrapposte, continuano a propagarsi invariate lungo la corda, come se ciascuna delle due fosse presente da sola.

Si ha **interferenza costruttiva** quando gli effetti di due o più onde si rafforzano a vicenda; si ha **interferenza distruttiva** quando i loro effetti si indeboliscono.

Interferenza di onde armoniche lungo una retta

Consideriamo due onde armoniche dello stesso tipo (nelle quali, cioè, la grandezza oscillante è la stessa), che hanno uguale frequenza f e si propagano nello stesso verso lungo una data direzione. Uguale frequenza significa uguale periodo $T = \frac{1}{f}$ e uguale pulsazione $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$. Per semplicità, supponiamo che le due onde abbiano anche la stessa ampiezza a.

In generale le due onde hanno fasi iniziali diverse; perciò, se per la prima possiamo arbitrariamente porre $\varphi_0 = 0$, lo stesso non possiamo fare per la seconda.

Fissato un punto lungo la direzione di propagazione, le due onde in funzione del tempo sono descritte dalle seguenti formule:

$$y_1 = a\cos(\omega t) \qquad \text{e} \qquad y_2 = a\cos(\omega t + \varphi_0). \qquad [10]$$

AL VOLO

CHE COSA ACCADE IN ALTRI PUNTI?

Per due onde armoniche di uguale pulsazione e uguale ampiezza che si propagano nello stesso verso lungo una retta, le due formule **[10]** descrivono l'andamento temporale della grandezza oscillante in un punto fissato della retta.

- Se in tale punto le due onde danno interferenza distruttiva, cioè se $\varphi_0 = (2k + 1)\pi$, si ha interferenza distruttiva anche in ogni altro punto della retta?
- Se $\varphi_0 = 2k\pi$, lo stesso vale per l'interferenza costruttiva?

Come è dimostrato più sotto, dalla sovrapposizione di queste due onde armoniche si ottiene ancora un'onda armonica, che nel punto considerato oscilla secondo la formula

$$y = A\cos\left(\omega\, t + \frac{\varphi_0}{2}\right) \qquad [11]$$

dove

$$A = 2\, a\cos\frac{\varphi_0}{2} \qquad [12]$$

Dalla **[11]** osserviamo che l'onda risultante ha la stessa pulsazione ω (cioè la stessa frequenza *f*) delle due onde di partenza, una fase iniziale uguale a $\frac{\varphi_0}{2}$ e un'ampiezza *A* che dipende, secondo l'equazione **[12]**, da φ_0. La **[12]** mostra che:

- se $\varphi_0 = 2\,k\,\pi$, con *k* intero, e quindi $\cos\frac{\varphi_0}{2} = \cos(k\,\pi) = \pm 1$, si ha $|A| = 2\,a$, cioè la sovrapposizione delle due onde di uguale ampiezza dà un'onda di ampiezza doppia (l'interferenza è costruttiva);
- se $\varphi_0 = (2\,k + 1)\,\pi$, con *k* intero, e quindi $\cos\frac{\varphi_0}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + k\,\pi\right) = 0$, si ha $A = 0$ e le due onde si annullano a vicenda (l'interferenza è distruttiva).

Interferenza di onde armoniche: calcolo dell'onda risultante

A partire dalle formule **[10]**, che descrivono le due onde nel punto fissato, per determinare l'onda risultante bisogna applicare il principio di sovrapposizione.

Il principio di sovrapposizione tradotto in formula

- La formula che esprime il principio di sovrapposizione nel caso considerato è

$$y = y_1 + y_2,$$

cioè: la funzione *y* del tempo che descrive l'onda risultante è la somma delle funzioni y_1 e y_2 date dalle **[10]**.

- Utilizzando le **[10]** trovi

$$y = y_1 + y_2 = a\cos(\omega\,t) + a\cos(\omega\,t + \varphi_0) = a\,[\cos(\omega\,t) + \cos(\omega\,t + \varphi_0)]. \qquad [13]$$

L'identità goniometrica che semplifica la formula

- Rielabora la **[13]** applicando la formula di prostaferesi per il coseno, ossia l'identità

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\beta - \alpha}{2}\cos\frac{\beta + \alpha}{2}.$$

Ottieni

$$y = a\,[\cos(\omega\,\mathrm{t}) + \cos(\omega\,\mathrm{t} + \varphi_0)] = 2\,a\cos\frac{\omega\,t + \varphi_0 - \omega\,t}{2}\cos\frac{\omega\,t + \varphi_0 + \omega\,t}{2} =$$
$$= 2\,a\cos\frac{\varphi_0}{2}\cos\left(\omega\,t + \frac{\varphi_0}{2}\right).$$

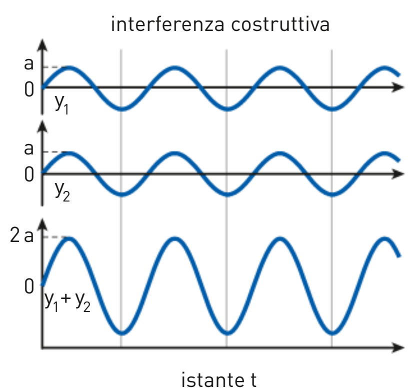
- Ponendo uguale ad *A* il fattore $2\,a\cos\frac{\varphi_0}{2}$, che moltiplica la funzione del tempo $\cos\left(\omega\,t + \frac{\varphi_0}{2}\right)$, ricavi infine la **[11]** e la **[12]**.

Lo sfasamento

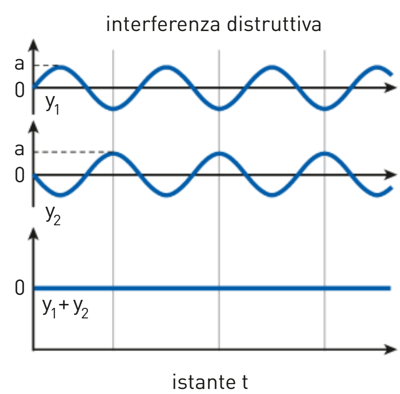
Si chiama **sfasamento**, o **differenza di fase**, la differenza $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ tra le fasi di due onde. Per le onde descritte dalle formule **[10]**, le cui fasi sono $\varphi_1 = \omega\,t$ e $\varphi_2 = \omega\,t + \varphi_0$, si ha $\Delta\varphi = \varphi_0$.

- Se in un dato punto lo sfasamento è nullo o è uguale a un numero intero di angoli giri, cioè $\Delta\varphi = 2\,k\,\pi$, con k intero, si dice che in quel punto le due onde sono *in fase*, cioè oscillano assieme nel tempo, raggiungendo i rispettivi valori massimi negli stessi istanti (così come i valori minimi).
- Se lo sfasamento è uguale a un numero dispari di angoli piatti, cioè $\Delta\varphi = (2\,k + 1)\,\pi$, con k intero, si dice che le due onde sono *in opposizione di fase*; ciò significa che, quando una di esse è a un massimo, l'altra è a un minimo e viceversa.

- Due onde in fase danno interferenza costruttiva e si rafforzano; se hanno ampiezze uguali, l'onda risultante ha ampiezza doppia.



- Due onde in opposizione di fase danno interferenza distruttiva e si indeboliscono; se hanno ampiezze uguali, si annullano a vicenda.



Due onde sonore di uguale ampiezza e uguale frequenza che giungono nello stesso punto in opposizione di fase si annullano: in quel punto si ha silenzio.

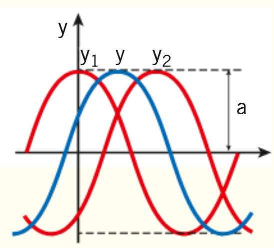
Nei concerti al chiuso può capitare di «sentire male» perché nel punto in cui ci si trova giungono due onde: quella diretta, proveniente dagli strumenti, e quella riflessa dal soffitto, che arriva con un po' di ritardo. Se a causa di questo ritardo le due onde sono in opposizione di fase, non si riesce a udire bene. In tal caso, basta spostarsi in un punto in cui l'interferenza è costruttiva perché l'ascolto diventi molto migliore.

Le sale da concerto e i teatri sono progettati in modo da tenere conto dell'interferenza tra le onde sonore e assicurare l'acustica migliore.

PROBLEMA MODELLO 3 L'INTERFERENZA DI DUE ONDE ARMONICHE

Due onde armoniche di pulsazione ω e di ampiezza a si sovrappongono in un punto P. Si osserva che anche l'onda risultante ha ampiezza pari ad a.

- **Calcola lo sfasamento $\Delta\varphi$ tra le due onde.**
- **Calcola lo sfasamento dell'onda risultante rispetto all'onda originaria che ha fase iniziale minore. Se lo sfasamento delle due armoniche fosse di 180°, quanto diventerebbe l'ampiezza dell'onda risultante?**



DATI

Ampiezza delle onde: a
Sfasamento: $\Delta\varphi = 180°$

INCOGNITE

Sfasamento: $\Delta\varphi$ = ?
Fase iniziale dell'onda risultante: φ_0 = ?
Ampiezza dell'onda risultante: A = ?

L'IDEA

- L'ampiezza dell'onda risultante $A = 2\,a \cos\frac{\Delta\varphi}{2}$ dipende sia dall'ampiezza a delle onde armoniche iniziali, sia dal loro sfasamento $\Delta\varphi$.
- Per trovare lo sfasamento, scelgo la fase iniziale di una delle due onde uguale a zero, in modo che $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi_0 - 0 = \varphi_0$.
- Dato lo sfasamento, calcolo la fase iniziale dell'onda generata e l'ampiezza dell'onda generata.

LA SOLUZIONE

Calcolo lo sfasamento tra le onde armoniche.

$$y = y_1 + y_2 = 2a\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right)$$

So che l'ampiezza risultante è uguale a quella delle single onde quindi:

$$a = 2a\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) \qquad \text{da cui ottengo} \qquad \cos\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

Dalla goniometria sappiamo che l'angolo (nel primo quadrante) che ha il coseno uguale a $\frac{1}{2}$ è $\frac{\pi}{3}$, quindi posso calcolare lo sfasamento φ_0 tra le due onde:

$$\frac{\varphi_0}{2} = \frac{\pi}{3} \rightarrow \varphi_0 = \frac{2}{3}\pi = 120^\circ$$

Calcolo la fase iniziale dell'onda generata.

L'onda risultante ha dunque la stessa ampiezza a, la stessa pulsazione ω e la stessa frequenza f delle due onde di partenza e una fase iniziale pari alla metà dello sfasamento, cioè nel nostro caso $\frac{\varphi_0}{2}$. Perciò la fase iniziale dell'onda risultante è:

$$\frac{\varphi_0}{2} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

Calcolo la nuova ampiezza con sfasamento pari a 180°.

Se lo sfasamento delle onde armoniche fosse di 180° cioè π rad, l'ampiezza A dell'onda risultante diventerebbe:

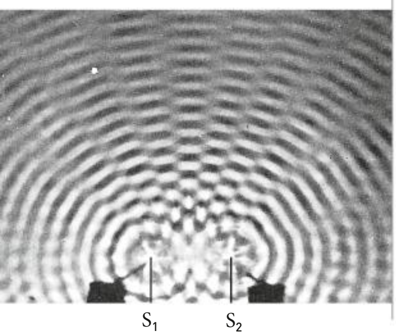
$$A = 2a\cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2a\cos\left(\frac{\pi}{2}\,\text{rad}\right) = 0\,\text{m}$$

PER NON SBAGLIARE

Quando lo sfasamento tra due onde che hanno stessa pulsazione e ampiezza è di 120° (o uno qualunque degli angoli che si ottengono aggiungendo un numero intero di angoli giri), l'interferenza genera un'onda risultante che è identica alle due onde iniziali ma traslata rispetto a esse.

6 L'INTERFERENZA IN UN PIANO E NELLO SPAZIO

Nel paragrafo precedente abbiamo analizzato l'interferenza di onde che si propagano su una retta. Ora studiamo lo stesso fenomeno nel caso generale.



La sovrapposizione di onde circolari

Nell'acqua contenuta in una bacinella immergiamo due punte che salgono e scendono assieme: esse producono sulla superficie due **onde circolari**, con lo stesso periodo T e quindi la stessa lunghezza d'onda λ. Queste onde si generano nei punti S_1 e S_2 e si propagano simultaneamente nella bacinella.

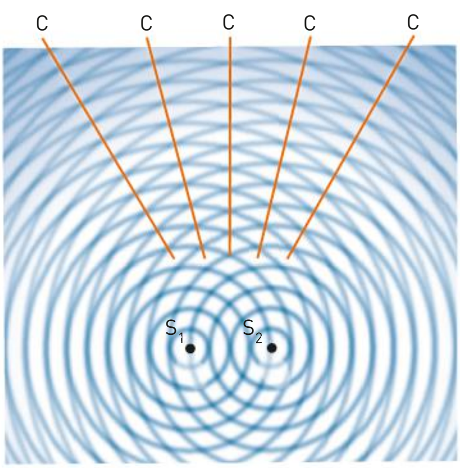
Le due punte sono sorgenti di onde che oscillano in fase; pertanto, sono un esempio di *sorgenti coerenti*.

Si hanno due **sorgenti coerenti** quando le onde che esse emettono hanno una differenza di fase costante.

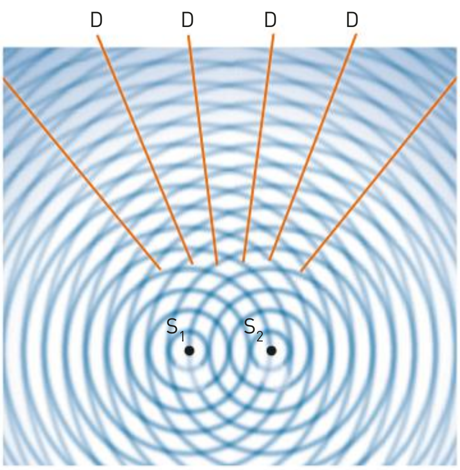
Perché le due punte oscillanti siano sorgenti coerenti, non è necessario che salgano e scendano assieme: quando una si trova nel punto più basso, l'altra può anche trovarsi nel punto più alto o a metà strada, ma la relazione tra i loro moti (cioè la differenza di fase tra le loro oscillazioni) deve restare inalterata nel tempo.

Le increspature sulla superficie dell'acqua generate da due sorgenti coerenti hanno una struttura complessa e stabile, detta *figura di interferenza*, dovuta alla sovrapposizione delle due onde circolari.

- Lungo le linee *C* l'acqua è molto perturbata, perché i massimi di oscillazione delle due onde (e anche i minimi) giungono sempre assieme, cioè si ha un'interferenza costruttiva.



- Lungo le linee *D* l'acqua è poco perturbata: mentre arriva un massimo dell'onda da una sorgente, dall'altra arriva un minimo, cioè l'interferenza è distruttiva.



IN LABORATORIO
Interferenza nell'ondoscopio

AL VOLO

INTERFERENZA DI LA

Due diapason posti alla distanza di 1,0 m l'uno dall'altro emettono due la identici: due onde sonore armoniche di uguale ampiezza e in fase, che hanno, entrambe, lunghezza d'onda $\lambda = 0{,}78$ m.

- Quanti sono, entro il segmento che congiunge i due diapason, i punti in cui si ha interferenza distruttiva e non si ode, pertanto, alcun suono? [2]
- Quanti sono, entro lo stesso segmento, i punti di interferenza costruttiva? [3]

Le condizioni per l'interferenza costruttiva e distruttiva

Consideriamo il punto *P* rappresentato nella **FIGURA 14**. Esso dista 4 λ dalla sorgente S_1 e 3 λ dalla sorgente S_2, cioè $\overline{S_1 P} = 4\lambda$ e $\overline{S_2 P} = 3\lambda$. Di conseguenza, quando le due sorgenti S_1 e S_2 sono in fase tra loro, le due onde da esse generate arrivano in *P* sempre in fase (massimo con massimo e minimo con minimo); quindi, in *P*, si ha interferenza costruttiva. In generale,

le onde emesse da due sorgenti che oscillano in fase danno interferenza costruttiva nei punti *P* per i quali la differenza delle distanze dalle sorgenti è uguale a un multiplo intero *k* della lunghezza d'onda λ.

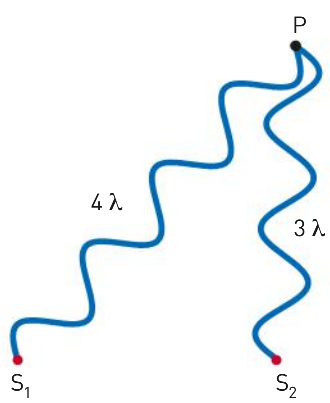


FIGURA 14
Le distanze di *P* da S_1 e da S_2 differiscono di una lunghezza d'onda: in *P* si ha interferenza costruttiva.

Espressa con una formula, questa **condizione per l'interferenza costruttiva** è:

distanza (m) tra punto e sorgente 1 — numero intero relativo

$$\overline{S_1\,P} - \overline{S_2\,P} = k\,\lambda \qquad [14]$$

distanza (m) tra punto e sorgente 2 — lunghezza d'onda (m)

Il numero intero k può anche essere negativo, perché la distanza $\overline{S_1\,P}$ può essere minore di $\overline{S_2\,P}$.

In precedenza abbiamo detto che, fissato un punto P, due onde danno interferenza costruttiva se in quel punto sono in fase tra loro. La formula **[14]** non dice niente di diverso, ma esprime qualcosa in più: essa precisa che, affinché due onde che sono in fase nel punto di origine (perché emesse da sorgenti in fase) arrivino in fase in P, è necessario che percorrano cammini di lunghezze uguali, oppure di lunghezze che differiscono di un multiplo intero di λ.

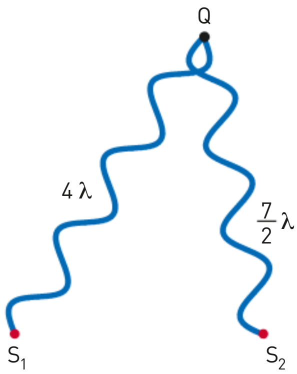


FIGURA 15
Le distanze di Q da S_1 e da S_2 differiscono di mezza lunghezza d'onda: in Q si ha interferenza distruttiva.

Osserviamo ora la **FIGURA 15**: per il punto Q si ha $\overline{S_1\,Q} = 4\,\lambda$ e $\overline{S_2\,Q} = \frac{7}{2}\,\lambda$. In Q vi è interferenza distruttiva perché un massimo dell'onda proveniente da S_1 arriva sempre assieme a un minimo dell'onda proveniente da S_2 e viceversa. Da questo esempio, si comprende che

le onde emesse da due sorgenti che oscillano in fase danno interferenza distruttiva nei punti Q per i quali la differenza delle distanze dalle sorgenti è uguale a un multiplo intero k della lunghezza d'onda λ, più mezza lunghezza d'onda.

La condizione per l'**interferenza distruttiva** è, quindi, la seguente:

distanza (m) tra punto e sorgente 1 — numero intero relativo

$$\overline{S_1\,Q} - \overline{S_2\,Q} = k\,\lambda + \frac{1}{2}\lambda \qquad [15]$$

distanza (m) tra punto e sorgente 2 — lunghezze d'onda (m)

La figura di interferenza di due onde circolari

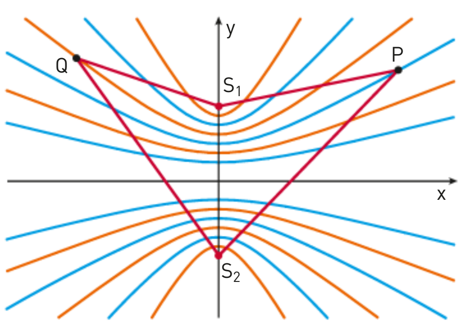


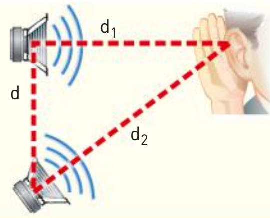
FIGURA 16 ▶
I punti P e Q di interferenza costruttiva e distruttiva si trovano su iperboli con fuochi nelle sorgenti S_1 e S_2 delle onde.

Nel caso di onde in un piano, come le increspature circolari sulla superficie dell'acqua che abbiamo descritto all'inizio di questo paragrafo, le formule [**14**] e [**15**] dicono che, sia per i punti P di interferenza costruttiva sia per i punti Q di interferenza distruttiva, la differenza delle distanze da due punti fissi S_1 e S_2 è costante. Ciò significa che le linee C di interferenza costruttiva a cui appartengono i punti P e le linee D di interferenza distruttiva a cui appartengono i punti Q sono *iperboli* con i fuochi nelle sorgenti S_1 e S_2 (**FIGURA 16**).

Le condizioni [**14**] e [**15**] valgono, in generale, per le onde prodotte da sorgenti puntiformi, quindi anche per le onde sferiche che si propagano nello spazio tridimensionale.

PROBLEMA MODELLO 4 QUALCUNO MI SENTE?

Mario occupa il vertice di un triangolo rettangolo, al cui angolo retto si trova un altoparlante che dista da lui 2,40 m. L'altro vertice del triangolo rettangolo è occupato da un secondo altoparlante, distante 1,80 m dal primo.



▸ **Trova la frequenza di ordine $k = 1$ per la quale si abbia interferenza costruttiva. (Considera la velocità del suono $v = 340$ m/s.)**

DATI

Distanza Mario-primo altoparlante: $d_1 = 2{,}40$ m
Distanza tra gli altoparlanti: $d = 1{,}80$ m
Velocità del suono: $v = 340$ m/s

INCOGNITE

Calcola la frequenza: $f = ?$

L'IDEA

- Le onde sonore emesse dai due altoparlanti interferiscono nello spazio, punto per punto. Poiché alla distanza dell'ascoltatore deve valere la richiesta di interferenza costruttiva, calcolo la differenza delle distanze di Mario dagli altoparlanti e impongo che questa sia uguale alla lunghezza d'onda cercata, cioè $\overline{S_1P} - \overline{S_2P} = k\lambda$ con $k = 1$.
- Dalla relazione tra velocità e lunghezza d'onda calcolo la corrispondente frequenza.

LA SOLUZIONE

Calcolo la distanza d_2 della seconda cassa da Mario tramite il teorema di Pitagora.

$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} = \sqrt{(2{,}40\ \text{m})^2 + (1{,}80\ \text{m})^2} = 3{,}00\ \text{m}$$

Calcolo la differenza delle distanze delle sorgenti e la uguaglio alla lunghezza d'onda λ.

$$\lambda = \Delta L = d_2 - d_1 = 0{,}60\ \text{m}$$

Calcolo quindi la corrispondente frequenza sonora.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340\ \text{m/s}}{0{,}60\ \text{m}} = 567\ \text{Hz}$$

7 LA DIFFRAZIONE

Abbiamo visto che le onde si propagano in linea retta perpendicolarmente ai fronti d'onda, cioè lungo la direzione indicata dai raggi.

- Allora, un ostacolo posto sul cammino di qualsiasi onda dovrebbe schermare l'onda, cioè «fare ombra», così come fanno ombra i corpi che intercettano i raggi di luce.

bierchen / Shutterstock

- Invece, le onde del mare che superano una barriera frangiflutti attraverso un'apertura non proiettano alcuna «ombra», ma si incurvano e muovono l'acqua anche dietro la barriera.

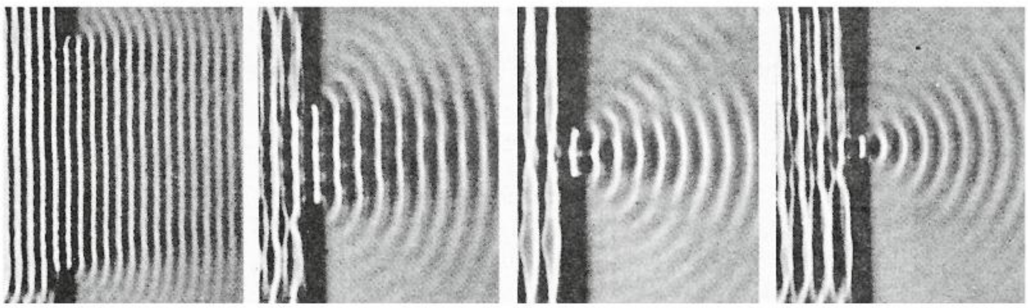
Google Earth

Passando attraverso l'apertura, le onde del mare *si diffrangono*.

Si ha **diffrazione** ogni volta che un'onda, incontrando un ostacolo o uno schermo tagliato da una fenditura, incurva i suoi fronti d'onda, così da aggirare l'ostacolo o espandersi dalla fenditura fin dietro lo schermo.

La diffrazione attraverso una fenditura e attorno a un ostacolo

Una bacchetta parallela alla superficie dell'acqua, immersa e sollevata con moto oscillante, produce sull'acqua increspature periodiche con fronti d'onda lineari. La **FIGURA 17** mostra come si modificano queste onde per diffrazione, al passaggio attraverso fenditure di varie larghezze.

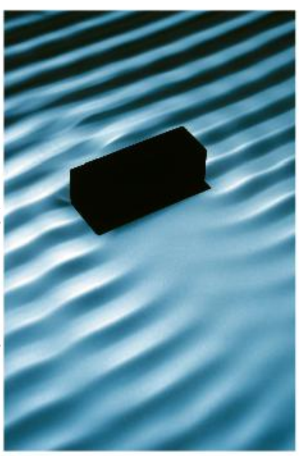


FISICA, a cura del PSSC, Zanichelli, 1985

FIGURA 17 ▶ Diffrazione attraverso fenditure di dimensioni diverse.

La lunghezza d'onda λ delle increspature, cioè la distanza tra due creste (linee chiare) o tra due gole (linee scure) consecutive, è ben visibile nelle fotografie. Quando l'onda passa attraverso una fenditura molto più grande di λ, i fronti d'onda si incurvano attorno ai margini della fenditura e restano lineari nella parte centrale. Invece, quando la larghezza della fenditura si riduce a un valore circa uguale a λ, essi si incurvano sempre di più al restringersi del passaggio, fino a divenire circolari. Ciò significa che

la diffrazione è particolarmente evidente quando la fenditura dello schermo ha dimensioni paragonabili alla lunghezza d'onda.



© 1998 Richard Megna, Fundamental Photographs, NYC

FIGURA 18 ▶ Diffrazione attorno a un ostacolo di dimensioni poco superiori alla lunghezza d'onda.

Attorno a un ostacolo, i fronti d'onda si incurvano in modo simile. Se l'ostacolo non è troppo grande in confronto alla lunghezza d'onda, l'onda lo aggira **(FIGURA 18)**; se invece è molto grande, dietro di esso viene a crearsi una zona d'ombra.

Anche le onde sonore si diffrangono. Grazie alla diffrazione, attraverso una porta aperta sentiamo le voci che provengono dall'altra stanza anche se non vediamo le persone che parlano, cioè se tra noi e loro non c'è il vano della porta ma c'è il muro. La voce, infatti, che ha lunghezze d'onda dell'ordine di un metro, compie diffrazione oltrepassando la porta (un'apertura dello stesso ordine di grandezza) e quindi, al di là di essa, si propaga in ogni direzione.

La diffrazione è un fenomeno caratteristico di tutti i tipi di onde, compresa la luce. Poiché, tuttavia, la luce ha lunghezze d'onda molto piccole (minori di un micrometro), osservare la sua diffrazione non è un'esperienza comune: essa avviene solo attorno a ostacoli o attraverso aperture di dimensioni altrettanto piccole.

AL VOLO

LA DIFFRAZIONE DI UNO TSUNAMI

La sequenza di onde che costituisce uno tsunami può avere una lunghezza d'onda di oltre cento kilometri.

▶ Perché uno tsunami può abbattersi su un'isola da tutti i lati?

Onda trasversale

- Si ha quando gli elementi del mezzo materiale si spostano perpendicolarmente al moto dell'onda.

Onda longitudinale

- Si ha quando gli elementi del mezzo materiale si spostano parallelamente al moto dell'onda.

Onda elastica

- È un'onda meccanica che si propaga attraverso un mezzo materiale grazie alle proprietà elastiche del mezzo.

Fronte d'onda

- È l'insieme di punti in cui la grandezza che varia al passaggio dell'onda ha lo stesso valore in qualunque istante.
- Quando ha una forma sferica, l'onda si dice *sferica*.
- Quando è una porzione di piano, l'onda si dice *piana*.

Raggi dell'onda

- Sono le rette perpendicolari ai fronti d'onda.
- In un'onda sferica sono semirette che escono dalla sorgente.
- In un'onda piana sono segmenti di retta paralleli tra loro.

Onda periodica

- La sua sorgente compie un moto periodico e il suo profilo si ripete identico a distanze regolari.

Lunghezza d'onda λ

- È la minima distanza dopo la quale un'onda periodica torna a riprodursi identica a se stessa.
- Si misura in metri.

Ampiezza

- È la differenza tra il valore massimo della grandezza che oscilla e il valore di equilibrio.
- Si misura in metri.

Periodo T

- È l'intervallo di tempo che un punto del mezzo materiale impiega per compiere un'oscillazione completa.

Frequenza f

- $f = \frac{1}{T}$: è il numero di oscillazioni che l'onda descrive nell'unità di tempo, cioè in 1 s.

Velocità di propagazione

- $v = \frac{\lambda}{T}$: in un periodo, infatti, l'onda percorre la distanza di una lunghezza d'onda.
- Il suo valore dipende dalle proprietà del mezzo materiale attraversato dall'onda.

Onda armonica

Legge delle onde armoniche in un punto fissato

$$y = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) = a\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Legge delle onde armoniche in un istante fissato

$$y = a\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right)$$

Interferenza

Interferenza costruttiva

Lungo una retta

$$y_1 = a\cos(\omega t) \qquad y_2 = a\cos(\omega t + \varphi_0)$$

- Nel caso di due onde armoniche, si ha quando $\varphi_0 = 2k\pi$, con k intero; in questa situazione si dice che le onde sono *in fase*.

Nel piano e nello spazio

$$\overline{S_1P} - \overline{S_2P} = k\lambda$$

Interferenza distruttiva

Lungo una retta

$$y_1 = a\cos(\omega t) \qquad y_2 = a\cos(\omega t + \varphi_0)$$

- Nel caso di due onde armoniche, si ha quando $\varphi_0 = (2k+1)\pi$, con k intero; in questa situazione si dice che le due onde sono in *opposizione di fase*.

Nel piano e nello spazio

$$\overline{S_1Q} - \overline{S_2Q} = k\lambda + \frac{1}{2}\lambda$$

Diffrazione

- Si ha quando un'onda, incontrando un ostacolo o uno schermo tagliato da una fenditura, incurva i suoi fronti d'onda, così da aggirare l'ostacolo o espandersi dalla fenditura fin dietro lo schermo.
- È evidente quando la fenditura dello schermo ha dimensioni paragonabili alla lunghezza d'onda.

ZTE ONLINE
Mettiti alla prova
con 20 esercizi interattivi

14

LE ONDE MECCANICHE

1 I MOTI ONDULATORI

DOMANDE

1 Perché è pericoloso produrre rumori in montagna, in zone con pericolo di valanghe?

2 In una coda di persone a uno sportello, quando il primo cliente se ne va, si crea un intervallo vuoto che si muove attraverso la coda mentre le persone si spostano in avanti per riempire l'intervallo vuoto.
- Si tratta di un impulso trasversale o longitudinale?
- Che cosa determina la velocità di questo impulso?

3 In uno stadio i tifosi festeggiano i gol facendo la ola, che è un'onda.
- In che direzione si propaga?
- Qual è il «mezzo» che permette la trasmissione dell'onda?
- Qual è il moto di ogni elemento di tale «mezzo»?
- È un'onda trasversale o longitudinale?

4 DOMANDA IN PIÙ
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. 154 PDF
→ nell'eBook

2 FRONTI D'ONDA E RAGGI

DOMANDE

5 Considera le onde generate da un sasso lasciato cadere in una piscina d'acqua ferma.
- Che forma hanno i fronti d'onda?

6 Che forma hanno i fronti d'onda di una perturbazione che si propaga da un campanello in ogni direzione in un mezzo omogeneo?

7 In un parco di divertimenti acquatici c'è una piscina abbastanza lunga, dove vi sono onde artificiali prodotte facendo oscillare una delle pareti più corte.
- Che forma hanno i fronti d'onda?

3 LE ONDE PERIODICHE

DOMANDE

8 La frequenza di un'onda periodica è sempre uguale alla frequenza della sua sorgente? Giustifica la risposta.

9 Uno studio televisivo produce onde sonore che in aria hanno una lunghezza d'onda di 2 m. Queste onde sono trasformate in onde elettromagnetiche che arrivano all'antenna di casa con lunghezza d'onda pari a 2 m.
- Quale delle due ha frequenza più alta, l'onda elettromagnetica o l'onda sonora?

PROBLEMI

PROBLEMA MODELLO 1
Acciaio inox
→ a pag. 525

10 ★★★ In un tratto di mare troviamo delle onde con un periodo di 6,0 s e con una lunghezza d'onda di 90 m. Calcola quanto valgono:
- la frequenza dell'onda;
- la sua velocità di propagazione.

[0,17 Hz; 15 m/s]

11 ★★★ A un dato istante su una distanza di 100 m si contano esattamente 14 creste di un'onda periodica sulla superficie dell'acqua.
- Qual è la lunghezza d'onda dell'onda periodica?

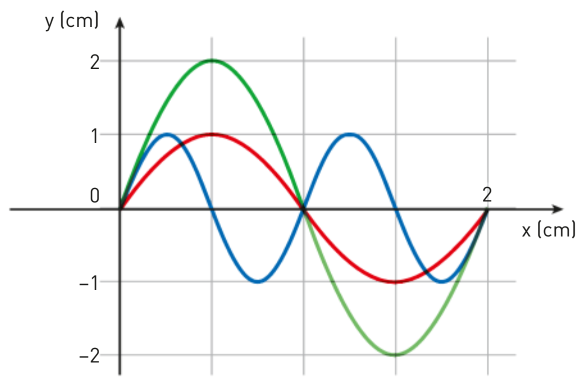
[7,14 m]

12 ★★★ Un diapason emette un suono alla frequenza di 446 Hz in una sala in cui velocità del suono è pari a 343 m/s.
- Calcola il periodo e la lunghezza d'onda del suono emesso in aria.

[$2{,}24 \times 10^{-3}$ s; 0,769 m]

13 - 15 PROBLEMI IN PIÙ
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. 154 PDF
→ nell'eBook

16 ★★★ Il grafico mostra tre onde.



- Qual è l'ampiezza dell'onda disegnata in rosso? E la sua lunghezza d'onda?
- Quali sono le lunghezze d'onda delle onde disegnate in verde e in blu?
- Quale grandezza usata per descrivere un'onda ha lo stesso valore per l'onda disegnata in rosso e per l'onda disegnata in verde?

17 ★★★ Durante un temporale noti un lampo e dopo 4,0 s odi il tuono. Il suono che ti raggiunge ha una lunghezza d'onda pari a 743 cm e si propaga con velocità di 340 m/s.

- Calcola la distanza alla quale è caduto il fulmine e la frequenza del suono.

(Considera il fenomeno del lampo praticamente istantaneo alla sua visione, data l'elevata velocità della luce.)

[$1{,}4 \times 10^3$ m; 45,8 Hz]

18 ★★★ Un'onda in acqua si propaga con la velocità di 18 m/s e ha una frequenza di 0,18 Hz.

- Quanto vale la distanza tra una cresta e una gola dell'onda?
- Quale sarà la velocità di un'onda che ha la stessa lunghezza d'onda, ma una frequenza tripla della prima?

[50 m; 54 m/s]

19 ★★★ Da una grondaia cade una goccia d'acqua ogni secondo. Essa raggiunge una pozzanghera nella quale genera delle onde circolari che si propagano alla velocità di 5 cm/s.

- Calcola la frequenza e la lunghezza d'onda di queste onde.

[1 Hz; 0,05 m]

20 ★★★ Luigi e Maria stanno conducendo un esperimento per studiare come varia la velocità di propagazione di un'onda in una molla slinky al variare delle caratteristiche fisiche e geometriche delle molle e della frequenza delle onde. I dati raccolti nell'esperimento sono riportati nella tabella seguente.

Coprid/Shutterstock

Mezzo	Diametro delle spire	Lunghezza d'onda	Frequenza	Velocità
Zinco	2,5 cm	1,75 m	2,0 Hz	
Zinco	2,5 cm	0,90 m	3,9 Hz	
Rame	2,5 cm	1,19 m	2,1 Hz	
Rame	2,5 cm	0,60 m	4,2 Hz	
Zinco	7,5 cm	0,95 m	2,2 Hz	
Zinco	7,5 cm	1,82 m	1,2 Hz	

- Utilizzando una stessa molla, varia la velocità dell'onda se viene variata la frequenza dell'oscillazione?
- Da che cosa dipende la velocità delle onde?
- Calcola le velocità e riempi l'ultima colonna della tabella.

21 ★★★ La velocità di propagazione di un'onda in un liquido, in acque poco profonde, è dato da $v = \sqrt{gh}$, con h profondità del liquido (consideriamo h maggiore dell'ampiezza dell'onda ma minore della sua lunghezza d'onda). In una vasca sono prodotte onde circolari di lunghezza d'onda pari a 5,0 cm facendo oscillare una sfera mossa da un motore con una frequenza di 10 Hz.

- Calcola la velocità delle onde e la profondità del liquido.
- Se la profondità h si dimezza, come variano la lunghezza d'onda e il periodo?

[0,50 m/s; 2,6 cm]

22 ★★★ Una corda orizzontale lunga 2,5 m e di massa 50 g è fatta passare nella gola di una carrucola priva di attrito. Alla sua estremità è appeso un oggetto di massa 2,5 kg. Trascura il peso del tratto di corda in verticale.

- Calcola la velocità di propagazione dell'impulso sulla corda.

[35 m/s]

23 ★★★ Una fune d'acciaio è sottoposta alla tensione di 400 N quando su di essa si propaga un'onda alla velocità di 200 m/s.

- Calcola a quale tensione la stessa fune è sottoposta quando su di essa si propaga un'onda alla velocità di 300 m/s.

[900 N]

24 ★★★ Due cavi d'acciaio dello stesso materiale hanno sezioni uguali a 2,0 cm^2 e 8,0 cm^2 rispettivamente. Sul primo cavo un'onda con una data velocità genera una tensione $F_1 = 300$ N.

- Calcola la tensione F_2 che la stessa onda genera sul secondo cavo.

[$1{,}2 \times 10^3$ N]

25 ★★★ L'ipocentro di un terremoto è la zona interna della crosta terrestre in cui hanno origine le onde sismiche. In una località, le onde S (che viaggiano a 3,0 km/s) giungono con un ritardo di 4,0 s rispetto alle onde P (che viaggiano a 5,0 km/s).

- Quanto dista la località dall'ipocentro?

[30 km]

4 LE ONDE ARMONICHE

DOMANDE

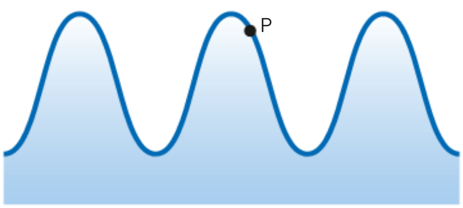
26 Due boe si trovano alla distanza di 60 m e 100 m dalla riva del mare. In un certo istante, vengono investite dalle onde prodotte da un motoscafo che passa al largo e che hanno fronti d'onda paralleli alla costa. La lunghezza d'onda delle onde è di 20 m. Le boe si mettono a oscillare.

- Le loro oscillazioni sono in fase o in opposizione di fase? Giustifica la risposta.

PROBLEMI

PROBLEMA MODELLO 2
Un'onda sull'acqua
→ a pag. 529

27 ★★★ Un'onda sull'acqua ha la forma di un'onda armonica con ampiezza di 1,73 m e lunghezza d'onda di 4,22 m.



- Qual è l'altezza dell'onda in un punto che è 50,0 cm a destra della cresta dell'onda?

Suggerimento: l'argomento del coseno delle formule [5] e [7] è espresso in radianti

[1,27 m]

28 ★★★ In un punto P dello spazio, l'altezza di un'onda periodica ottenuta agitando l'estremità di una molla varia nel tempo seguendo la legge del moto armonico, con $\varphi_0 = 0$. L'ampiezza a dell'onda è di 0,15 m e il suo periodo vale 1,8 s.

- Scrivi l'equazione dell'onda.
- Calcola l'altezza dell'onda nel punto P considerato, all'istante $t = 2,2$ s.

[0,026 m]

29 - 30 **PROBLEMI IN PIÙ**
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. 154 PDF
→ nell'eBook

31 ★★★ Al mare osservi un'onda armonica di altezza massima uguale a 80 cm, le cui creste distano 15 m. La seconda cresta ti raggiunge con 8,0 s di ritardo rispetto alla prima. Considera la fase iniziale uguale a zero.

- Calcola la frequenza, la pulsazione e la velocità dell'onda.
- Scrivi l'equazione dell'onda $y(t)$.

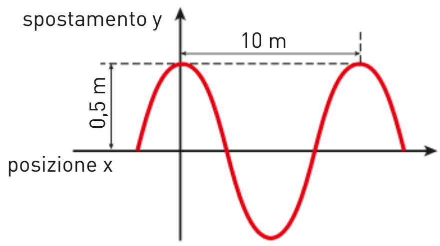
[0,13 Hz; 0,79 rad/s; 1,9 m/s]

32 ★★★ L'oscillazione di un punto in una corda avviene secondo l'equazione $y = (0,80\text{ m})\cos(2\pi t)$. La velocità di propagazione dell'onda è 0,040 m/s.

- Calcola la lunghezza d'onda dell'onda che si propaga nella corda.
- Costruisci il grafico dell'altezza dell'onda in funzione del tempo per il primi 2,00 s.

[0,040 m]

33 ★★★ Una foto scattata al mare in un certo istante mostra un'onda con le caratteristiche mostrate nella figura.



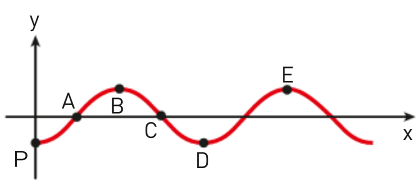
- Quanto vale la fase iniziale per $x = 0$ m che ricavi dal grafico? Scrivi l'equazione dell'onda.
- L'onda si propaga alla velocità di 5,0 m/s. Considera uguale a zero la fase iniziale nel tempo. Scrivi prima le equazioni d'onda della posizione e del tempo, e infine la funzione d'onda armonica.

34 ★★★ Marta tiene l'estremità di una fune e la agita verticalmente producendo un'onda armonica che si estende complessivamente per 30 cm lungo la direzione verticale. Il capo della fune tenuto da Marta passa dalla stessa posizione a intervalli di 1,5 s. La fase iniziale dell'onda all'istante t=0 s è zero.

- Calcola l'ampiezza, la frequenza, e la pulsazione dell'onda armonica generata.
- Scrivi l'equazione dell'onda armonica in un punto fissato $y(t)$ e disegnala.

[0,15 m; 0,67 Hz; 4,2 rad/s]

35 ★★★ Il grafico mostra un'onda armonica:



- Qual è la differenza di fase tra il punto P e il punto A?
- Quale punto oscilla in fase con D?
- Quale punto oscilla in fase con B?
- Qual è la differenza di fase tra O e C?

▶ Quale punto ha una differenza di fase con A pari a π?

▶ Qual è la differenza di fase tra i punti B e D?

[$\pi/2$; il punto P; il punto E; $3\pi/2$; il punto C; π]

36 ★★★ Una fune viene fatta vibrare in modo armonico con un'ampiezza uguale a 70 cm. Ogni secondo raggiunge la massima ampiezza positiva due volte. Considera la fase iniziale uguale a zero.

▶ Scrivi la funzione $y(t)$ dell'onda armonica generata e rappresentala in un grafico.

[$y(t) = (0{,}70\ \text{m})\cos(13\ \text{rad/s}\ t)$]

37 ★★★ Un'onda sonora di frequenza di 880 Hz e ampiezza 3,00 m si propaga nell'aria.

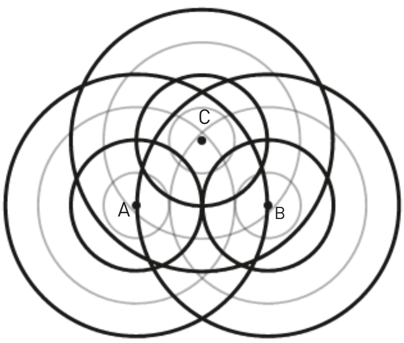
▶ Scrivi la funzione d'onda armonica al variare della posizione e del tempo. Considera la velocità del suono uguale a 340 m/s e la fase iniziale uguale a zero.

[$y = (3{,}00\ \text{m})\cos\left(16{,}3\ \text{rad/m}\,(x - 340\ \text{m/s}\ t)\right)$]

5 L'INTERFERENZA

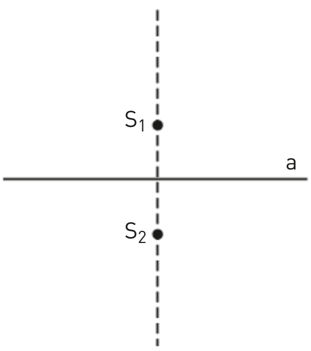
DOMANDE

38 Nella figura sono rappresentati i fronti d'onda delle onde generate da tre sorgenti puntiformi uguali. Le curve disegnate in nero indicano i massimi, le curve disegnate in grigio rappresentano i minimi.



▶ Segna tutti i punti in cui si ha interferenza costruttiva.

39 Considera l'asse a del segmento S_1S_2, cioè la retta perpendicolare a S_1S_2 e passante per il suo punto medio (figura sotto).



▶ Nei punti di a si ha interferenza costruttiva o destruttiva?

PROBLEMI

PROBLEMA MODELLO 3
L'interferenza di due onde armoniche
→ a pag. 533

40 ★★★ Due onde armoniche di uguale pulsazione e di uguale ampiezza a sono sfasate di un angolo retto.

▶ Quanto vale l'ampiezza dell'onda risultante?

41 - 42 PROBLEMI IN PIÙ
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. 154 PDF
→ nell'eBook

43 ★★★ Due onde armoniche della stessa ampiezza $a = 20$ cm, fasi iniziali $\varphi_1 = 20°$ e $\varphi_2 = 80°$ e stessa pulsazione $\omega = 5$ rad/s, si propagano nello stesso verso su una fune.

▶ Fissato un punto P, scrivi la funzione d'onda delle due onde armoniche e calcola l'onda risultante.

44 ★★★ Due onde armoniche che hanno la stessa frequenza e la stessa ampiezza si sovrappongono nello stesso punto. L'ampiezza dell'onda risultante è la metà dell'ampiezza di ciascuna delle due onde iniziali.

▶ Calcola lo sfasamento tra le due onde. (Usa la calcolatrice scientifica per determinare la funzione inversa del coseno di un angolo.)

[151°]

45 ★★★ Considera due oscillazioni di equazioni:
$y = A\cos(b_1 t + \pi/3)$
$y = A\cos(b_2 t + \pi/6)$,
dove $A = 3{,}5$ cm, $b_1 = 2{,}0$ rad/s, $b_2 = 4{,}0$ rad/s.

▶ Disegna il grafico y-t delle due onde al variare del tempo.

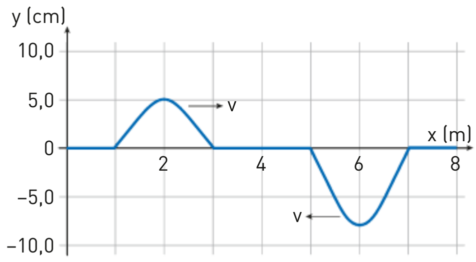
▶ Disegna il grafico dell'onda ottenuta dalla loro sovrapposizione per t da 0 s a 3,0 s.

46 ★★★ Due onde armoniche di ampiezza $a = 30$ cm e uguale frequenza si propagano su una fune, con equazioni d'onda nel tempo:
$y_1 = a\cos(10\,t)$
$y_2 = a\cos(10\,t + \pi/3)$

▶ Scrivi la funzione d'onda risultante e calcola in quali istanti di tempi l'onda armonica risultante si annulla.

[$(k + 1/3)\,\pi/10$ s]

47 ★★★ Il disegno mostra due impulsi che si propagano su di una corda, in verso opposto, all'istante t = 0 s. La velocità di ciascun impulso è di 2 m/s.



▶ Disegna la forma della corda dopo 1 s e dopo 2 s.

48 ★★★ Due onde armoniche, con uguale pulsazione e uguale ampiezza, si sovrappongono e, interferendo, generano un'onda armonica di ampiezza A = 20 cm. Ogni onda ha ampiezza pari a a = 13 cm.

▶ Calcola lo sfasamento tra le due onde.

[1,4 rad]

49 ★★★ L'onda armonica $y_1(t)$ possiede ampiezza a = 10 cm, pulsazione ω = 10 rad/s e fase iniziale φ_1 = 0 rad. Vuoi generare, sommando a essa una seconda onda $y_2(t)$ della stessa ampiezza, un'onda $y(t)$ di ampiezza uguale a un quarto delle due onde armoniche di partenza.

▶ Calcola la fase φ_2 che devi assegnare all'onda $y_2(t)$ per raggiungere il tuo scopo.

[2,9 rad]

6 L'INTERFERENZA IN UN PIANO E NELLO SPAZIO

PROBLEMI

PROBLEMA MODELLO 4
Qualcuno mi sente?
→ a pag. 537

50 **PROBLEMA IN PIÙ**
→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. 155 PDF
→ nell'eBook

51 ★★★ Due altoparlanti A e B distano 4,0 m ed emettono, in fase, onde sonore con lunghezza d'onda λ = 1,0 m. Spostandosi lungo la semiretta che ha origine dall'altoparlante A ed è perpendicolare al segmento che unisce i due altoparlanti, si noteranno alcuni minimi.

▶ Determina quanti sono e a quali distanze dall'altoparlante A si notano i minimi.

(*Tratto dalle Olimpiadi della Fisica, selezione regionale*, 1992)

[4; 16 m; 4,6 m; 2,0 m; 0,54 m]

52 ★★★ Maria e Giulia sono due studentesse che condividono la stessa stanza. Maria desidera ascoltare musica mentre studia e ha installato due altoparlanti a ogni estremità della stanza. Gli altoparlanti sono a 10 m di distanza e producono lo stesso tipo di onde sonore di frequenza 170 Hz. A Giulia piace studiare al centro della stanza: la sua scrivania è posizionata sulla linea che unisce i due altoparlanti a 5,0 m da ciascuno di essi. L'interferenza costruttiva in questo punto produce però un suono molto forte che disturba Giulia.

▶ Di quanto deve spostare la scrivania in modo che le onde prodotte interferiscano distruttivamente per poter studiare con maggiore tranquillità? Assumi come valore della velocità del suono 340 m/s.

[0,500 m o a destra o a sinistra]

53 ★★★ In un'esperienza di laboratorio, per verificare il fenomeno della risonanza, vuoi rompere un bicchiere di vetro usando due altoparlanti. La frequenza di risonanza del bicchiere è di 900 Hz. Posizioni i due altoparlanti rivolti l'uno verso l'altro, alla distanza di 2,00 m.

▶ Trova tutte le distanze, dall'altoparlante 1, alle quali puoi mettere il bicchiere per avere interferenza costruttiva fra le onde sonore armoniche emesse in fase dalle due sorgenti alla frequenza data. (Considera la velocità del suono pari a v = 340 m/s.)

[0,378m; 0,756 m; 1,134 m; 1,512 m; 1,890m]

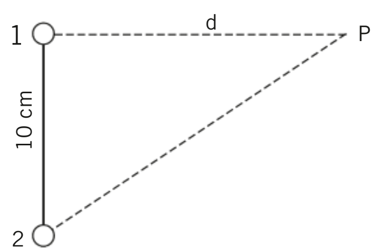
54 ★★★ Sei al vertice di un triangolo: gli altri due vertici sono occupati da due altoparlanti. L'altoparlante 1 dista da te d_1 = 2,50 m. Vuoi che le onde sonore armoniche e in fase, di frequenza f = 1000 Hz, siano completamente attenuate dalla disposizione degli altoparlanti, cioè vuoi posizionare il secondo altoparlante per trovarti in un punto di interferenza distruttiva.

▶ Calcola le due distanze rispetto a te, alle quali può trovarsi l'altoparlante 2, in modo che la differenza delle distanze dalle sorgenti sia uguale a una lunghezza d'onda e mezza. (Considera la velocità del suono v = 340 m/s.)

[1,99 m; 3,01 m]

55 ★★★ I due aghi della figura vibrano in fase, sull'acqua, entrambi alla frequenza f = 5,00 × 10^3 Hz. La velocità di propagazione delle onde è di 250 m/s.

▶ Calcola la minima distanza d alla quale bisogna porsi per osservare interferenza costruttiva delle onde armoniche generate.



[75×10^{-3} m]

7 LA DIFFRAZIONE

DOMANDE

56 Una persona ti chiama da dietro un muro insonorizzato di dimensioni 2,0 m per 1,7 m. Spiega per quale ragione senti la sua voce ma non vedi la sua immagine.

57 Un'onda del mare di lunghezza d'onda di 1 m si infrange contro due scogli paralleli al suo fronte d'onda di larghezza rispettivamente 40 cm e 12 m. Spiega dietro a quale scoglio ti aspetti di vedere l'onda e per quale ragione.

PROBLEMI GENERALI

1 ★★★ Fai oscillare un estremo di una corda e lungo di essa si propaga un'onda sinusoidale. Il tempo necessario perché un punto della corda passi dalla quota nulla alla quota di valore numerico massimo è di 0,30 s. La velocità di propagazione dell'onda è di 4,0 m/s.

- Calcola il valore della lunghezza d'onda.

[4,8 m]

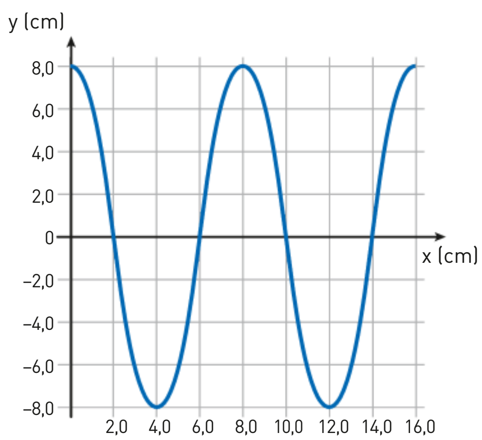
2 ★★★ Una punta che vibra alla frequenza di 50,0 Hz immersa in una vasca piena d'acqua produce una serie di 200 onde che si estendono su un tratto di 8,40 m, ognuna di ampiezza 28,2 cm. All'istante iniziale $t = 0$ s, l'ampiezza dell'onda è $y = -28,2$ cm.

- Calcola la lunghezza d'onda e la velocità di propagazione dell'onda.
- Scrivi l'equazione dello spostamento verticale di un punto dell'acqua in funzione della posizione x.

[$4,20 \times 10^{-2}$ m; 2,10 m/s; $y = (0,282 \text{ m}) \cos(48 \text{ m}^{-1}\pi x + \pi)$]

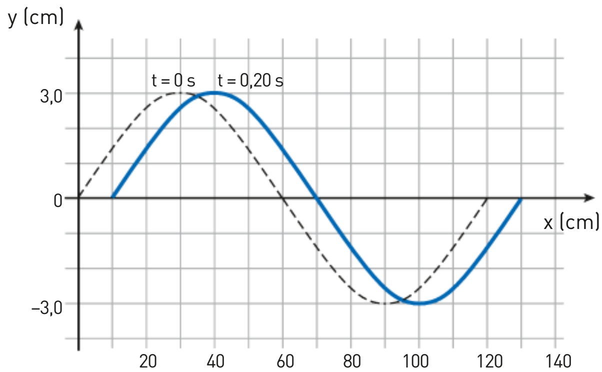
3 ★★★ La figura che segue mostra un'onda su una corda che si propaga alla velocità di 10 m/s. Calcola:

- la lunghezza d'onda;
- l'ampiezza dell'onda;
- il periodo;
- la frequenza.



[$8,0 \times 10^{-2}$ m; $8,0 \times 10^{-2}$ m; $8,0 \times 10^{-3}$ s; $1,3 \times 10^{2}$ Hz]

4 ★★★ Nella figura che segue è rappresentata un'onda periodica in moto verso destra su una corda. La curva tratteggiata rappresenta la forma della corda all'istante $t = 0$ s, la curva continua rappresenta la forma della corda all'istante $t = 0,20$ s.



Per questa onda, calcola:

- la lunghezza d'onda;
- la velocità di propagazione;
- il periodo;
- la frequenza.

[1,2 m; 0,50 m/s; 2,4 s; 0,42 Hz]

5 ★★★ Una superficie rettangolare vibra in aria alla frequenza di 250 Hz, generando onde sonore armoniche piane. Queste incontrano un recipiente rettangolare di spessore trascurabile, riempito d'acqua. Il cammino in acqua è di 10,0 cm.

- Calcola di quanto tempo la porzione di un fronte d'onda che attraversa il recipiente anticipa i punti dello stesso fronte d'onda che si propagano in aria lungo un cammino di uguale lunghezza.
- Calcola la lunghezza d'onda del suono in aria e in acqua.

(Considera la velocità del suono pari a 340 m/s in aria e 1480 m/s in acqua.)

[0,227 ms; 1,36 m; 5,92 m]

6 ★★★ Un'onda armonica ha ampiezza pari a 3,0 cm e frequenza 200 Hz. All'istante $t = 0$ s l'onda assume il valore $y(0) = 1,5$ cm.

- Scrivi l'equazione d'onda armonica in un punto fissato e disegna il grafico.

7 ★★★ Un cavo di rame di lunghezza $L = 3{,}0$ m e sezione $S = 2{,}0\ \text{cm}^2$ ha densità $d = 8960\ \text{kg/m}^3$. Su di esso si propaga un'onda armonica alla frequenza $f = 500$ Hz e con lunghezza d'onda $\lambda = 0{,}20$ m.

- Calcola la tensione a cui è sottoposto il cavo.

[$1{,}8 \times 10^4$ N]

8 - 12 **PROBLEMI GENERALI IN PIÙ**

→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. **155 PDF**
→ nell'eBook

13 ★★★ Due onde armoniche di ampiezza $a = 0{,}21$ m e di pulsazione $\omega = 10\pi$ rad/s si sovrappongono in un punto P dello spazio. L'onda risultante ha un'ampiezza pari a 0,36 m.

- Calcola lo sfasamento tra le due onde.
- Determina l'equazione dell'onda armonica risultante.

[62°]

14 ★★★ Due onde armoniche della stessa ampiezza a e con la stessa pulsazione ω giungono nello stesso punto e si sovrappongono. L'onda risultante è descritta dalla formula:

$$y = \sqrt{3}\, a \cos(\omega t + \pi/4).$$

- Scrivi le equazioni che descrivono le due onde iniziali.
- Calcola la differenza di fase tra le due onde.
- Calcola la differenza di fase iniziale che fornirebbe un'onda risultante di ampiezza a.

Suggerimento: ricorda che in trigonometria vale la relazione: $\cos\alpha \cos\beta = 1/2[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$ e che l'ampiezza $\sqrt{3}\,a$ può essere scritta come $\frac{\sqrt{3}}{2}(2a)$.)

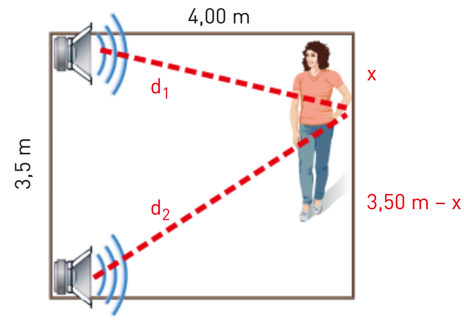
[$y_1 = a\cos(\omega t + 5/12\pi)$, $y_2 = a\cos(\omega t + \pi/12)$; $\pi/3$; $\pm 2/3\pi + 4k\pi$]

15 ★★★ Un'onda sonora di frequenza 200 Hz ha una velocità di 340 m/s.

- Calcola la distanza tra due punti tra i quali vi è una differenza di fase di $\pi/3$ rad.
- Calcola la differenza di fase dei segnali che giungono in uno stesso punto x, in modo tale che l'intervallo di tempo che intercorre tra l'arrivo del primo e l'arrivo del secondo sia di 1,0 ms.
- Due onde di questo tipo e di uguale ampiezza sono emesse lungo l'asse x da due sorgenti in fase, poste in modo che tra loro vi sia una distanza uguale a quella calcolata al primo punto, e successivamente al suo doppio o al suo triplo. In quale di questi tre casi si avrà interferenza distruttiva?

[*a*) 0,283 m; *b*) 1,3 rad; *c*) $\pi/3$ rad; $2\pi/3$ rad; π rad; nel terzo caso si ha interferenza distruttiva]

16 ★★★ Laura è in una camera nella quale sono posizionate due casse acustiche lungo una parete, alla distanza $d = 3{,}50$ m l'una dall'altra. Laura si posiziona lungo la parete opposta, distante 4,00 m dalla parete precedente.



- Determina x lungo la parete in modo da ottimizzare l'ascolto di un suono (velocità pari a 340 m/s) di frequenza $f = 700$ Hz.

Suggerimento: considera $k = \pm 1$ nella condizione di interferenza costruttiva.

[1,14 m e 2,36 m]

TEST

1 Chiamiamo onda:

- A un tipo di moto che produce ondulazioni in un corpo elastico.
- B una perturbazione che trasporta energia e materia.
- C una perturbazione che trasporta materia e non energia.
- D una perturbazione che trasporta energia e non materia.

2 A parità di frequenza, la lunghezza d'onda è:

- A direttamente proporzionale alla velocità di propagazione dell'onda.
- B inversamente proporzionale alla velocità di propagazione dell'onda.
- C direttamente proporzionale al quadrato della velocità di propagazione dell'onda.
- D inversamente proporzionale al quadrato della velocità di propagazione dell'onda.

3 L'ampiezza di un'onda periodica:

- A si misura in hertz.
- B si misura in metri.
- C si misura in secondi.
- D ha un'unità di misura che dipende dal tipo d'onda.

4 - 15 **TEST IN PIÙ**

→ su amaldipiu.zanichelli.it a pag. **156 PDF**
→ nell'eBook

VERSO L'ESAME

1 PROBLEMA

IN UN'ORA

Sulla superficie dell'acqua contenuta in una bacinella, due punte che salgono e scendono insieme generano due onde circolari colpendo la superficie nei punti A e B sempre nello stesso istante. Il periodo di oscillazione delle punte è $T = 0{,}50$ s e la lunghezza d'onda che si misura è 2,0 cm. La distanza orizzontale tra le due punte vale 20 cm.

a. Calcola la frequenza delle onde e la loro velocità di propagazione nell'acqua.

b. Considera un sistema di riferimento cartesiano ortogonale in cui i punti A e B hanno coordinate A (−10 cm; 0 cm) e B (+10 cm; 0 cm). Determina le coordinate dei punti C e D, nel piano cartesiano, che distano 12 cm da B e 16 cm da A. Nelle zone dove si trovano i punti C e D l'ampiezza di ciascuna delle due onde è pari a 0,80 cm.

c. Quali sono le caratteristiche dell'interferenza nei punti C e D? Illustra le ragioni della tua risposta e in particolare stabilisci qual è, in quei punti, l'ampiezza dell'onda risultante.

d. Considera l'insieme dei punti, sulla superficie dell'acqua, che distano 12 cm da B. Qual è la distanza da A dei punti più vicini a C in cui la superficie dell'acqua non si muove?

[2,0 Hz, 4,0 cm/s; (2,8 cm; 9,6 cm) e (2,8 cm; −9,6 cm); 1,6 cm; $\overline{AE}$ = 15 cm, $\overline{AF}$ = 17 cm]

2 PROBLEMA SULLE COMPETENZE

IN UN'ORA

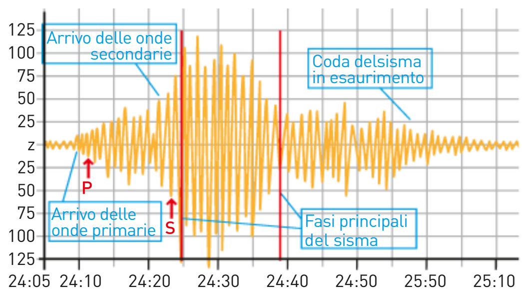
Un amico ti racconta di avere avvertito due scosse di terremoto. Consultando il sito dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, ha però verificato che era stata registrata una sola scossa. Lui rimane dubbioso perché ricorda bene di avere sentito la casa scuotersi due volte, con il secondo evento a distanza di circa sei secondi.

a. Spiega al tuo amico perché un singolo terremoto può essere avvertito come due scosse distinte. Spiegagli come si chiamano e quali sono le caratteristiche fisiche che le distinguono.

b. Nella zona in cui abitate le onde più veloci si propagano alla velocità di 2,7 km/s, mentre quelle più lente si spostano a 1,9 km/s. A partire dal racconto del tuo amico, fai una valutazione della distanza tra il punto in cui è avvenuto il terremoto e la casa del tuo amico.

c. Nel grafico a fianco sono mostrate (in modo semplificato) le oscillazioni delle onde sismiche in funzione del tempo che, nell'asse orizzontale, è indicato in minuti. Dall'analisi del grafico determina in modo approssimativo la lunghezza d'onda delle onde P generate in quel particolare terremoto.

d. Rispondendo al punto b. hai capito che, dai dati di una stazione sismica, si può ottenere la distanza tra la stazione stessa e il punto in cui è avvenuto il terremoto. Ma in Italia ci sono più di 300 stazione sismiche. Discuti come è possibile utilizzare i dati di più stazioni per individuare il punto sotto la superficie terrestre in cui si è generato il terremoto.



[4 × 10¹ km; 3 km]

RUBRICA DI VALUTAZIONE DEL QUESITO SULLE COMPETENZE

		Risposta o giustificazione				
		Non risponde	Sbagliata	Incompleta	Completa con errori	Completa e corretta
Punteggio		1	4	7	11	15
Richiesta	**Competenza prevalente**					
a	2 Formulare ipotesi	☐	☐	☐	☐	☐
b	3 Formalizzare	☐	☐	☐	☐	☐
c	4 Fare esperienza e rendere ragione	☐	☐	☐	☐	☐
d	3 Formulare ipotesi	☐	☐	☐	☐	☐

Punteggio: $\frac{\dots}{60} = \frac{\dots}{15}$