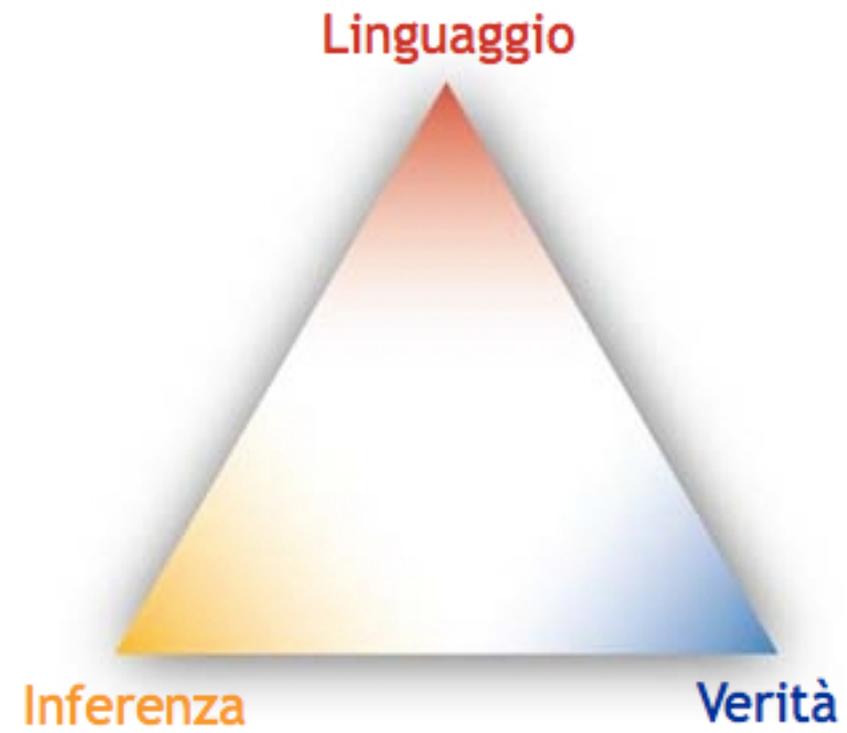
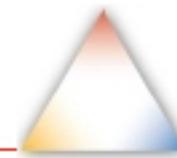


Il triangolo della logica



1.1.1. Il triangolo della logica



In questo corso mostreremo come le nozioni
linguaggio inferenza verità

siano state trattate
nella tradizione **logica**
e quali siano
le loro interrelazioni



1.1.2. Il triangolo della logica

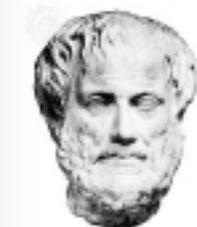


Gli *aggettivi* che contraddistinguono la **logica** come si è andata sviluppando negli ultimi due secoli sono

formale
simbolica
matematica

LETTURA CONSIGLIATA: [Introduction to logic](#) da Gamut1991.





Aristotele

Aristotele ha introdotto buona parte dei concetti fondamentali della **logica**.

Inoltre la sua logica può dirsi, con buona approssimazione, *formale e simbolica*.

Ma non è ancora propriamente *matematica*, nel senso che la *teoria del sillogismo* non utilizza strumenti di tipo matematico.

La logica matematica nasce invece nel 1800.

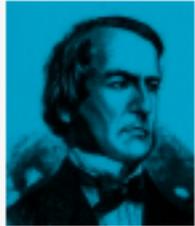
1.1.5. Il triangolo della logica



Le origini della logica matematica



[Augustus de Morgan](#) (Londra, GB, 1806-1871)



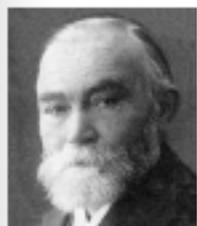
[George Boole](#) (Lincoln, GB, 1815 - Cork, Irlanda, 1864)



[Charles Sanders Peirce](#) (Cambridge, USA, 1839-1914)

1.1.6. Il triangolo della logica





Gottlob Frege

Ma è il matematico e filosofo tedesco **Gottlob Frege** (Wismar, 1848 - Bad Kleinen, 1925) il vero padre fondatore della logica moderna.

1.1.7. Il triangolo della logica





George Boole

George Boole sintetizza in modo mirabile quale sarà il nostro primo compito:

«...dare espressione alle leggi fondamentali del ragionamento nel linguaggio simbolico di un calcolo...»

Da Boole 1854, *An Investigation of the laws of thought, on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities.*



I *ragionamenti* di cui si occupa la logica sono composti da

enunciati

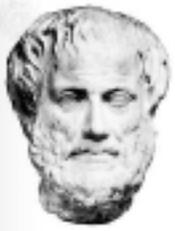
In una prima approssimazione intendiamo per **enunciato**:

qualsiasi configurazione linguistica per la quale
ha senso dire che è vera o che è falsa.



1.1.11. Il triangolo della logica





Dice Aristotele:

«Non ogni discorso è dichiarativo ma solo quello in cui si dà il dire il vero e il dire il falso; e ciò non si dà sempre. La preghiera, per esempio, è un discorso; ma né vero né falso. Trascuriamo questi altri discorsi; il loro studio, infatti, è piuttosto di pertinenza della retorica o della poetica. Il discorso dichiarativo è l'oggetto della nostra attuale indagine.»

Da AristotleDeInterpr, *De interpretatione*.





Esempi di enunciati

- Roma è in Francia
- $F = m a$
- Ogni fluido trasferisce in tutta la sua massa la pressione esercitata su di esso trasmettendola in ciascun punto con la stessa intensità
- $2 + 2 = 5$
- Ogni numero pari maggiore di 2 è la somma di due numeri primi
- Tutti gli uomini sono mortali
- 2 è più grande di 1 e più piccolo di 3
- Tutte le funzioni calcolabili con dispositivi fisici possono essere simulate da macchine di Turing
- Ognuno ha bisogno di amare qualcuno
- Per ogni due numeri razionali c'è un terzo numero razionale di grandezza intermedia
- Ronald Reagan è l'autore dell'Odissea



Verità e linguaggi

Il concetto di **verità** è stato dibattuto e continua ad essere dibattuto da filosofi, linguisti e matematici e definirlo rigorosamente è opera complessa.



Verità come Corrispondenza

Secondo la definizione di Aristotele:

Vero è dire di ciò che è, che è;
di ciò che non è, che non è.

La posizione di Aristotele viene oggi chiamata
“*Teoria corrispondentista della verità*”,
in quanto interpreta la verità come corrispondenza
tra mondo e linguaggio.

Il settore della logica che si occupa del concetto di verità
va sotto il nome di **semantica**.

1.2.2. Verità e linguaggi





Alfred Tarski

Il logico polacco Alfred Tarski (1936) ha sviluppato la definizione di Aristotele ed ha definito in modo rigoroso le condizioni di verità di un enunciato.





Secondo Frege:

«Come l'estetica si occupa del bello, e l'etica del bene,
la logica si occupa del vero.»

Ma in che senso si deve intendere ciò?

«Scoprire verità, è compito di tutte le scienze...
ma la logica ha l'obiettivo di scoprire le leggi universali della verità.»

Da Frege 1918, *Der Gedanke*.



Cominciamo col metter in evidenza il

carattere linguistico del concetto di verità

La verità si predica di *enunciati*, cioè di entità linguistiche, e non, per esempio di un pensiero, di un fatto, di un'emozione.



Linguaggi artificiali

Il concetto di enunciato troverà una sua definizione adeguata una volta che abbiamo specificato qual è il linguaggio cui tale enunciato appartiene.

Il linguaggio naturale, considerato nella sua globalità, è troppo ricco e complesso e sfugge ad una definizione rigorosa.

Abbiamo dunque un compito davanti a noi: definire **linguaggi artificiali** e all'interno di essi il concetto di enunciato. La definizione di enunciato dovrà basarsi su aspetti "formali" del linguaggio e non far riferimento al concetto di verità. Il settore della logica che si occupa dello studio dei linguaggi va sotto il nome di **morfologia**.



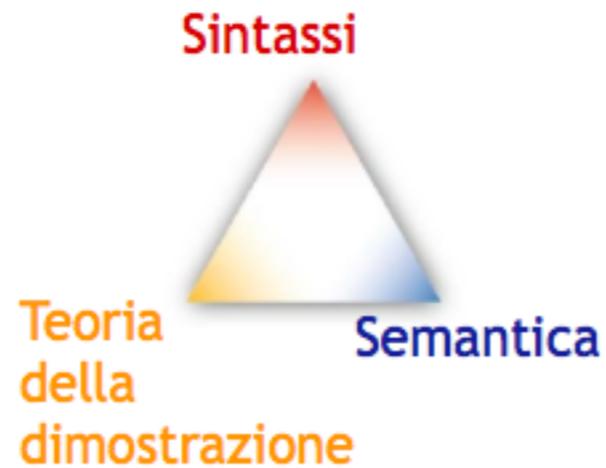
Sintassi - Semantica - Teoria della dimostrazione

Abbiamo dunque già individuato due settori specifici e speculari dell'indagine logica:

- **sintassi**: teoria dei linguaggi
- **semantica**: teoria della verità

In seguito vedremo

- **teoria della dimostrazione**: teoria dell'inferenza



1.2.7. Verità e linguaggi



Il concetto classico di verità

Di quali principi generali gode il predicato di verità?

La risposta non è univoca.

Fare semantica classica, che è ciò che ci accingiamo a fare, comporta adottare un concetto classico di verità. Tuttavia sono possibili anche concetti di verità diversi da quello classico, e dunque semantiche diverse dalla semantica classica.

Approfondimenti:

- per la semantica costruttiva vedi la lettura [Elements of intuitionism](#) da Dummett1977;
- per la semantica polivalente vedi il capitolo [9. Semantica polivalente](#).



I principi alla base del concetto classico di verità

Il concetto classico di verità si basa sui seguenti **tre principi**:

1

Principio di bivalenza: i valori (stati) di verità sono due:
il vero e il falso.

2

Principio di determinatezza: ogni enunciato ha un valore di verità,
indipendentemente dal fatto che tale valore sia conoscibile o meno.

3

Principio di vero-funzionalità: il valore di verità di un enunciato
composto dipende esclusivamente dai valori di verità degli
enunciati componenti.

