

MODULO H

IL RILIEVO TRADIZIONALE

UNITÀ H1 – parte 2

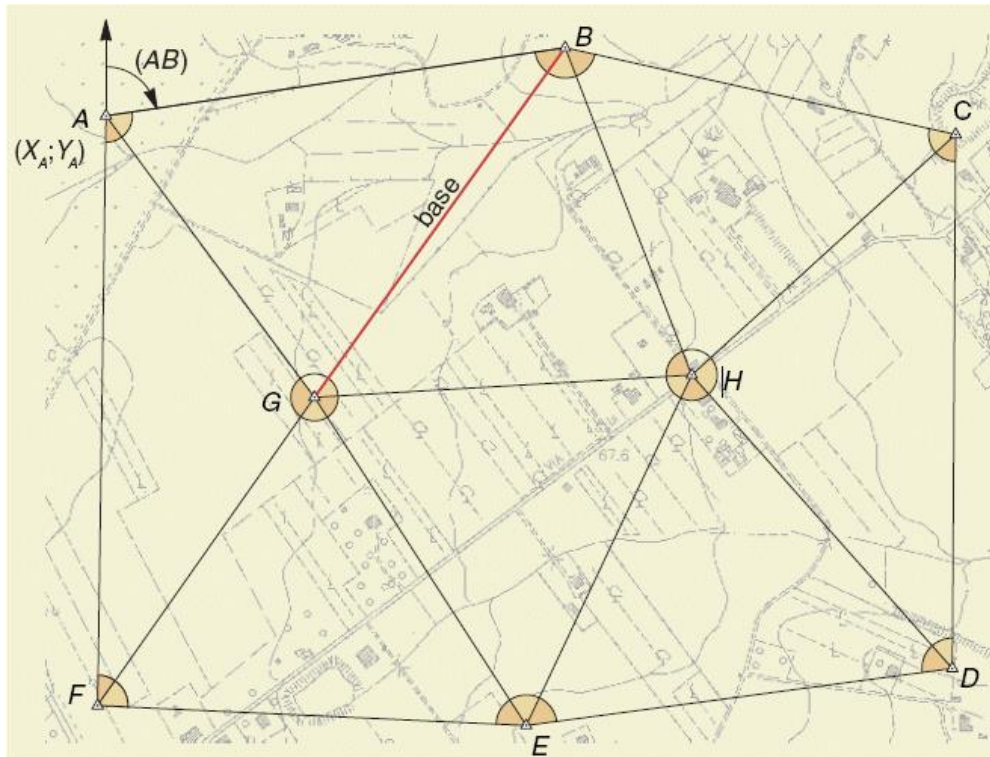
INQUADRAMENTO GENERALE

LE TRIANGOLAZIONI

IL PRINCIPIO DELLE TRIANGOLAZIONI

È uno schema introdotto nel '600 da **W. Snell** e presenta le seguenti proprietà:

- privilegia decisamente le **misure angolari** (le più facili da eseguire in passato)
- costituisce uno schema **molto rigido** (lenta propagazione degli errori)
- richiede **visibilità** omnidirezionale (ottenibile con punti in posizione dominante)
- è molto **impegnativo** da realizzare

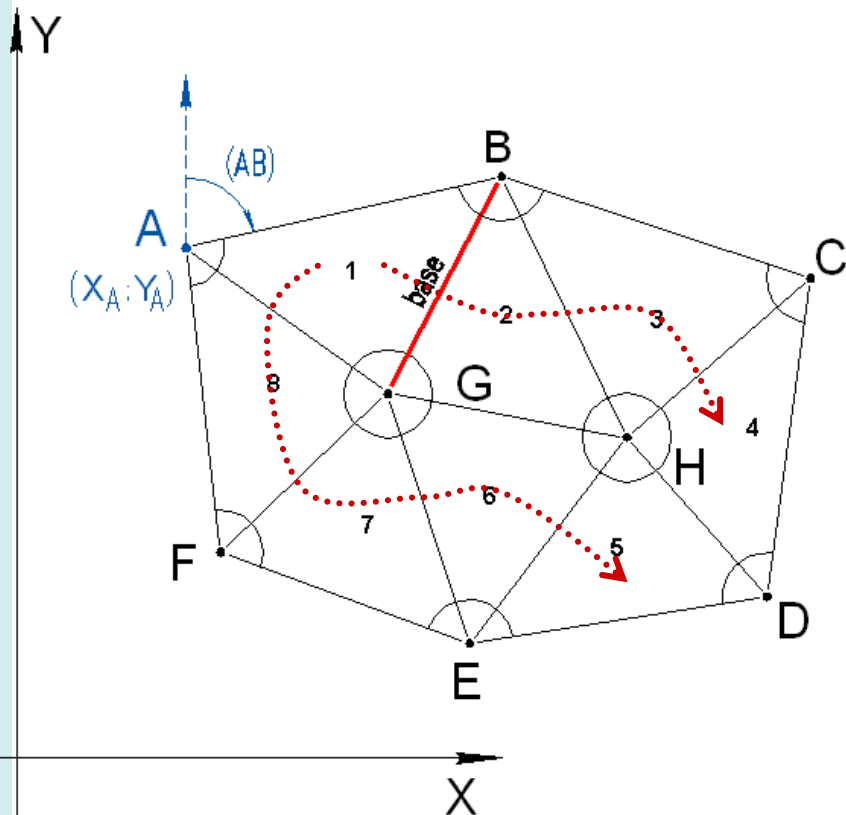


- Si **individuano** con cura i punti che costituiranno l'inquadratura globale.
- Si congiungono poi i punti a 2 a 2 così da costituire una **successione di triangoli** aventi successivamente un lato in comune.
- Si misura almeno una distanza fra due vertici (**BASE**).
- Si misurano gli **angoli interni** di tutti i triangoli.

IL CALCOLO DELLE TRIANGOLAZIONI

Le difficoltà connesse alla realizzazione delle triangolazioni riguardano l'esecuzione delle **misure sul terreno** (angoli e base/i), mentre nessun particolare problema si riscontra nella **restituzione analitica** con cui si definiscono le coordinate dei vertici. Per il calcolo della triangolazione sono richiesti:

- gli **angoli** di ciascun triangolo e la/e **base/i**
- **orientamento della rete** (coordinate di un vertice e azimuth di un lato uscente da questo lato)



FASI DEL CALCOLO

- controllo e compensazione degli angoli
- controllo e compensazione dei lati (se sono misurate più basi)
- calcolo delle lunghezze dei lati (seni) partendo dal triangolo che contiene la base minimizzando i percorsi
- calcolo degli azimuth dei lati partendo da quello noto
- calcolo della coordinate dei vertici partendo da quello noto

CLASSIFICAZIONE DELLE TRIANGOLAZIONI

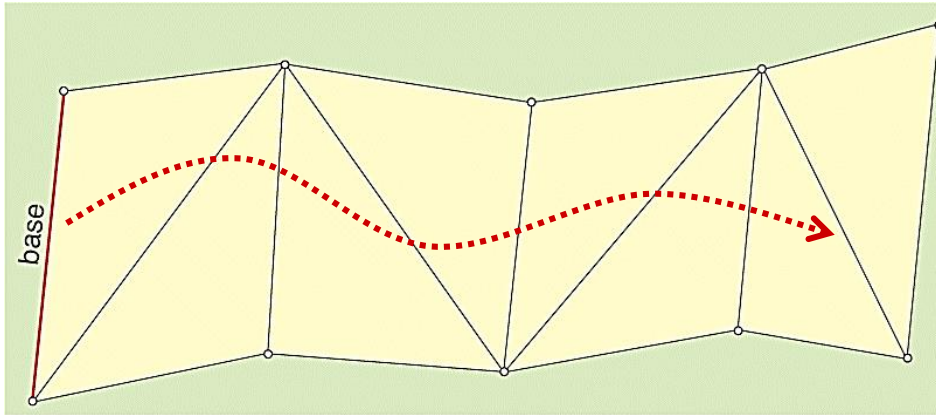
Le triangolazioni possono essere classificate secondo i seguenti criteri:

CRITERI	TIPI	CONNOTATI GENERALI
Geometria	a catena	il passaggio da un triangolo all'altro può avvenire in un solo modo
	a rete	il passaggio da un triangolo all'altro può avvenire seguendo diverse strade
Estensione	Tecniche Topografiche	quando l'estensione interessata è medio-piccola nell'ambito della quale la superficie di riferimento adottata può essere il piano tangente alla sfera locale (campo topografico) ed i lati sono caratterizzati da lunghezze di 1-2 chilometri.
	Geodetiche	quando l'estensione interessata è grande (fino ad interessare il territorio di intere nazioni) con lati lunghi fino a decine di chilometri, richiedendo inevitabilmente la sfera locale come superficie di riferimento
Gerarchia	I° ordine	Livello costituito da relativamente pochi punti, collocati alla massima distanza, ma interessando tutta l'area, e rilevati con la massima precisione
	II° ordine	livello contenuto rigidamente nel precedente, costituito da un numero maggiore di punti, ma rilevati con minor precisione.
	III° ordine	livello contenuto rigidamente nei precedenti due livelli, costituito da un numero ancora maggiore di punti, ma rilevati con minor precisione.
	ecc.

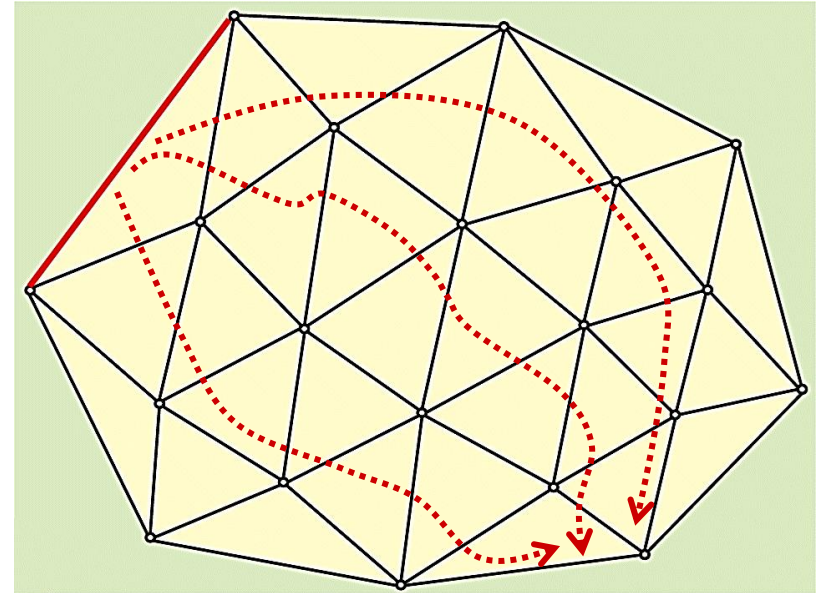
LA GEOMETRIA DELLE TRIANGOLAZIONI

A seconda che la triangolazione sia percorribile in un solo modo o con diversi percorsi ideali, si hanno le triangolazioni a **catena** o a **rete**:

A CATENA



A RETE

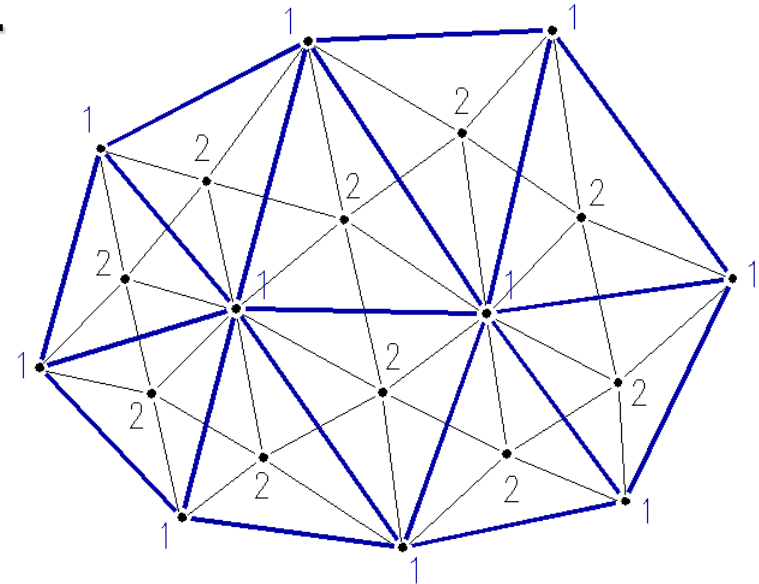
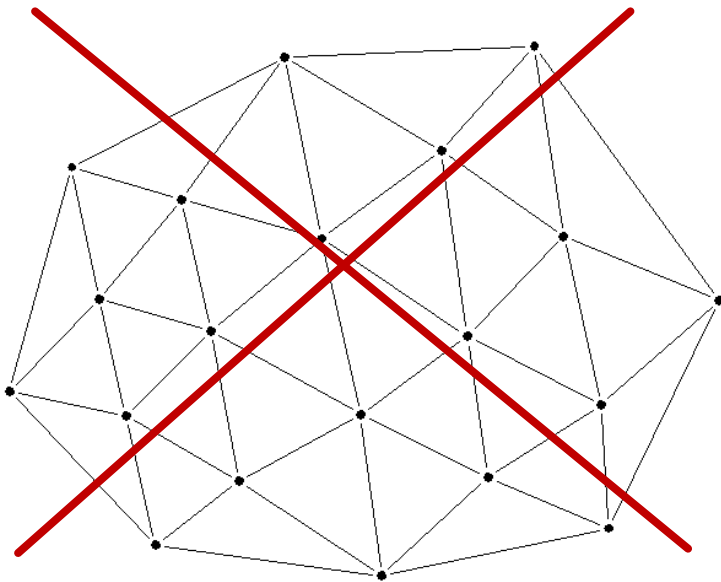


I LIVELLI DELLE TRIANGOLAZIONI

Nelle **grandi** estensioni, il *numero di vertici* diventa elevato, pertanto risulta intollerabile la *propagazione* e l'*accumularsi* degli **errori** nel passare dal *triangolo di partenza* a quelli più lontani. In questo caso **non è corretto** collegarli con un **unico livello** di triangoli.

Per procedere correttamente occorre fissare alcuni vertici, relativamente **pochi** quindi **molto distanti** tra loro, ma distribuiti sull'**intero territorio**, e rilevati con la **massima precisione**. Essi costituiscono la **rete di I° ordine**.

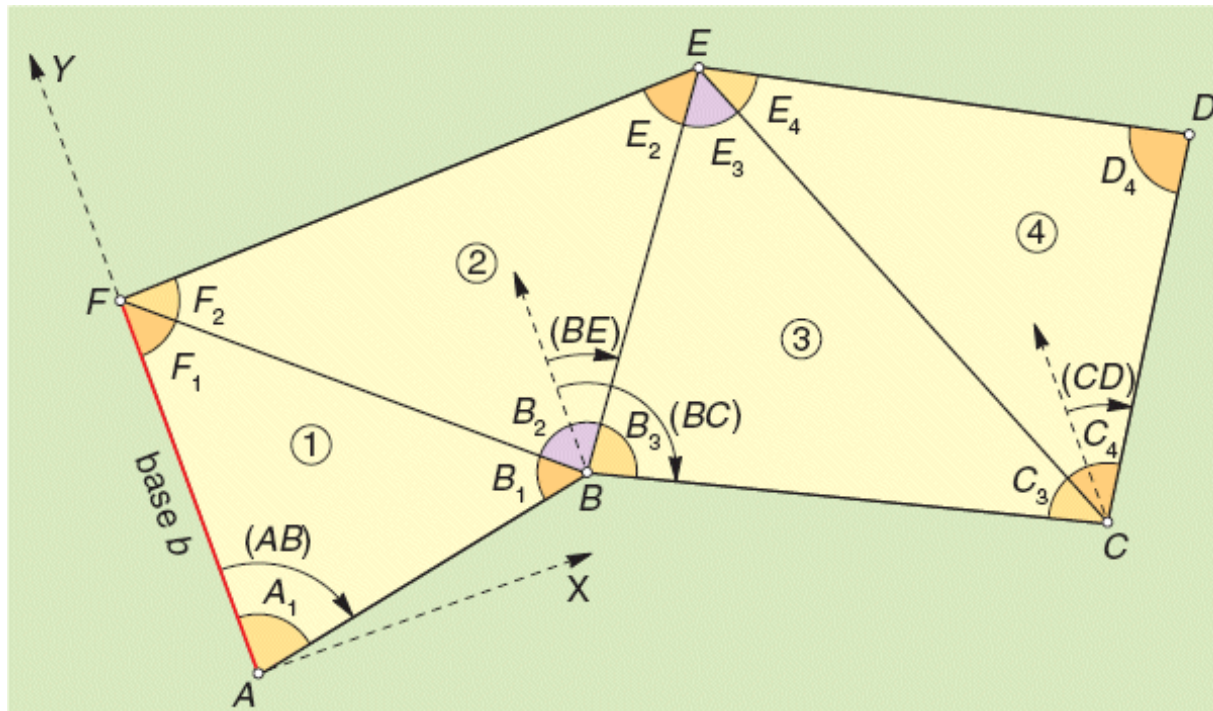
Successivamente vengono operati successivi **raffittimenti**, individuando altri **livelli** di punti, scelti in prossimità del baricentro dei triangoli di **ordine precedente**, rilevati con **precisione decrescente** (II°, III°, ecc.. ordine).



LA GEOMETRIA DELLE TRIANGOLAZIONI TECNICHE

Le triangolazioni di tipo **tecnico** hanno carattere **locale** perciò *non sono orientate* rispetto a *sistemi assegnati*, ma sono riferite a sistemi di riferimento **arbitrari** definiti dal tecnico in modo da avere nota la *posizione di un vertice*, assumendolo come **origine** del sistema di riferimento, e la **direzione** (*l'azimut*) di un lato uscente da tale vertice.

Naturalmente anche nelle triangolazioni di tipo **tecnico** deve essere misurata almeno una **base** (es. AF) e tutti gli **angoli interni** dei triangoli.



SVILUPPO DELLE TRIANGOLAZIONI

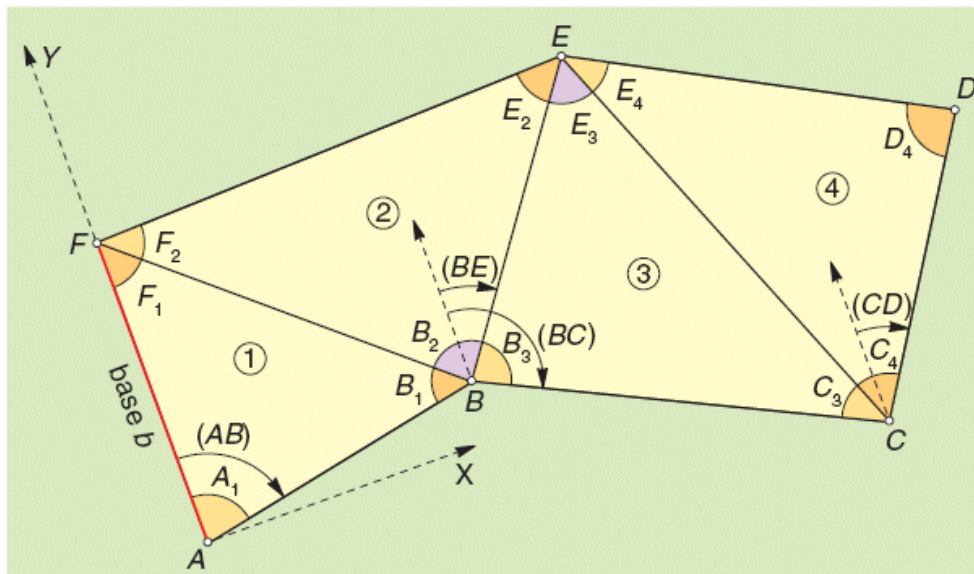
1. **Controllo** delle misure iperdeterminate
2. **Compensazione** delle misure iperdeterminate (empirica/rigorosa)
3. **Calcolo delle lunghezze di tutti i lati** di ciascun triangolo (T. Seni)
4. **Calcolo degli azimut** di ciascun triangolo
5. **Calcolo delle coordinate** di ciascun vertice della triangolazione

Il **controllo** delle misure avviene per confronto con le **tolleranze** assegnate per i diversi tipi di misura (angoli, distanze) e ricavabili da opportune relazioni

Le triangolazioni **geodetiche** sono sempre compensate in modo **rigoroso** (di fatto *sistemi* di numerose **equazioni lineari**). Quelle **tecniche**, per la limitata propagazione degli errori, possono essere compensate in modo **empirico**.

Le compensazioni di tipo **empirico** si fondano sul principio di soddisfare **separatamente** (e quindi arbitrariamente) alcune *relazioni di condizione*, con criteri esclusivamente empirici dettati dall'**esperienza** e dal **buon senso**.

CONTROLLO ANGOLARE



Il **controllo angolare** viene eseguito valutando, in ciascun triangolo, la somma degli angoli interni misurati. Se la triangolazione è a **rete** devono essere valutati anche i **nodi interni**.

Il **controllo lineare** (se sono misurate più basi) avviene confrontando i valori misurati con quelli calcolati di una **stessa base**.

CONTROLLO ANGOLARE (esempio in figura) :

$$(A_1 + B_1 + F_1) - 200^c = \pm \varepsilon_1$$

$$(E_2 + B_2 + F_2) - 200^c = \pm \varepsilon_2$$

$$(E_3 + B_3 + C_3) - 200^c = \pm \varepsilon_3$$

$$(E_4 + D_4 + C_4) - 200^c = \pm \varepsilon_4$$

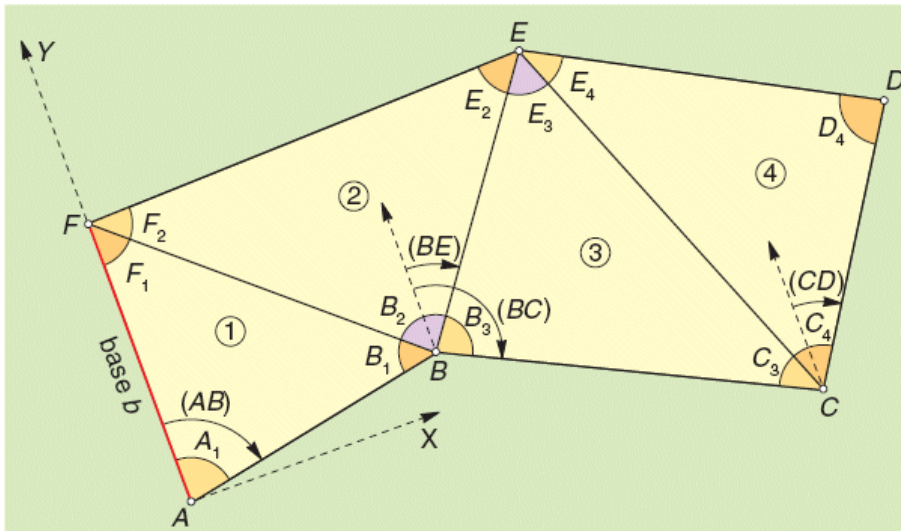
$$T_\alpha \geq \pm \varepsilon_1$$

$$T_\alpha \geq \pm \varepsilon_2$$

$$T_\alpha \geq \pm \varepsilon_3$$

$$T_\alpha \geq \pm \varepsilon_4$$

COMPENSAZIONE ANGOLARE



- ◆ La **compensazione empirica**, si occupa di **ridistribuire** (con segno opposto) l'errore ε di ciascun triangolo, sugli angoli che lo hanno prodotto.
- ◆ Considerando che gli errori commessi nelle misure angolari, **non dipendono** dall'**ampiezza** degli angoli misurati, ma dalle **modalità** con cui essi vengono misurati; allora se queste sono **uguali**, è lecito ripartire l'errore ε di ciascun triangolo in **parti uguali** sugli angoli che lo hanno prodotto

COMPENSAZIONE ANGOLARE (esempio in figura) :

Triangolo_1

$$A'_1 = A_1 \mp \frac{\varepsilon_1}{3}$$

$$B'_1 = B_1 \mp \frac{\varepsilon_1}{3}$$

$$F'_1 = F_1 \mp \frac{\varepsilon_1}{3}$$

Triangolo_2

$$E'_2 = E_2 \mp \frac{\varepsilon_2}{3}$$

$$B'_2 = B_2 \mp \frac{\varepsilon_2}{3}$$

$$F'_2 = F_2 \mp \frac{\varepsilon_2}{3}$$

Triangolo_3

$$E'_3 = E_3 \mp \frac{\varepsilon_3}{3}$$

$$B'_3 = B_3 \mp \frac{\varepsilon_3}{3}$$

$$C'_3 = C_3 \mp \frac{\varepsilon_3}{3}$$

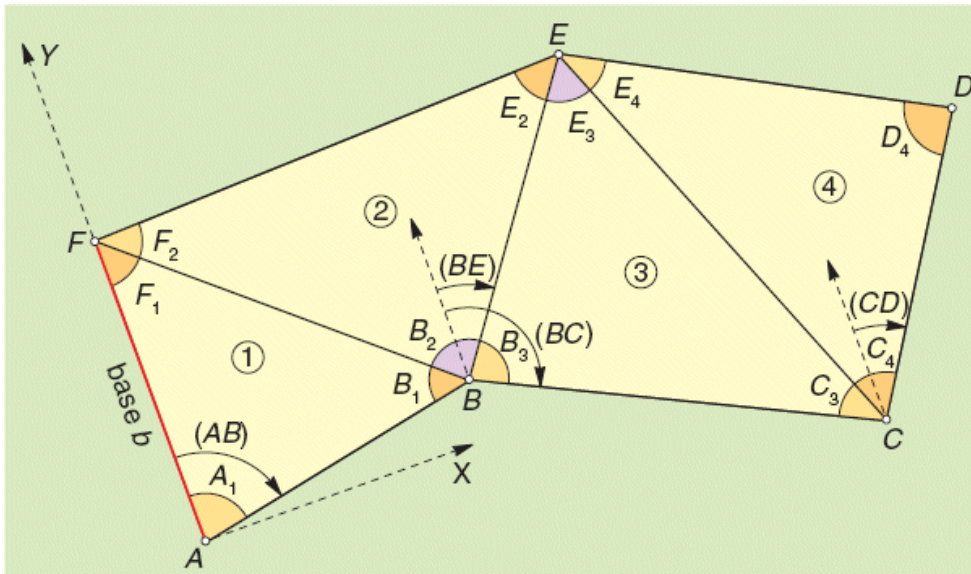
Triangolo_4

$$E'_4 = E_4 \mp \frac{\varepsilon_4}{3}$$

$$D'_4 = D_4 \mp \frac{\varepsilon_4}{3}$$

$$C'_4 = C_4 \mp \frac{\varepsilon_4}{3}$$

CALCOLO DEI LATI



◆ Applicando il **teorema dei seni** a ciascun triangolo partendo da quello contenente la **base**, si possono calcolare tutti i lati della triangolazione.

$$1-ABF \rightarrow AB = b \cdot \frac{\text{sen } F_1}{\text{sen } B_1}$$

$$FB = b \cdot \frac{\text{sen } A_1}{\text{sen } B_1}$$

$$2-FBE \rightarrow EB = FB \cdot \frac{\text{sen } F_2}{\text{sen } E_2}$$

$$FE = FB \cdot \frac{\text{sen } B_2}{\text{sen } E_2}$$

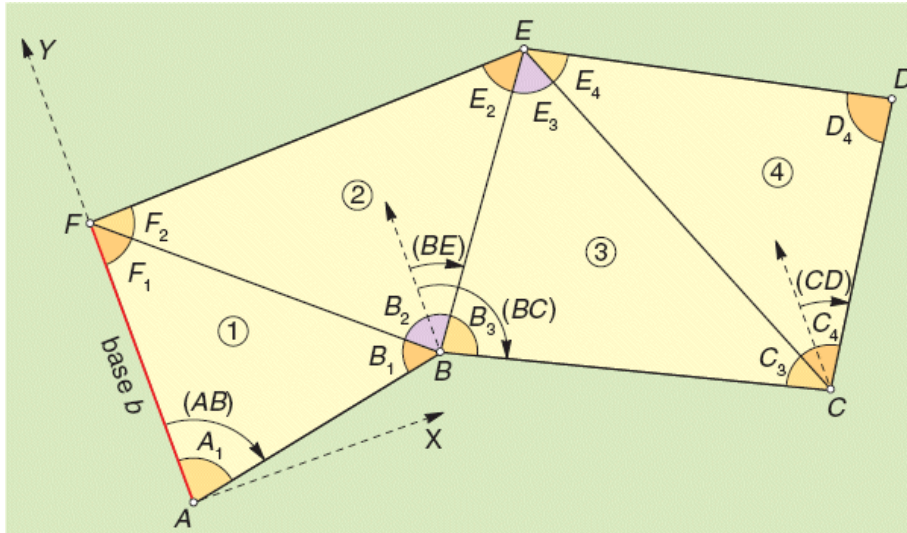
$$3-EBC \rightarrow CB = EB \cdot \frac{\text{sen } E_3}{\text{sen } C_3}$$

$$CE = EB \cdot \frac{\text{sen } B_3}{\text{sen } C_3}$$

$$4-ECD \rightarrow ED = EC \cdot \frac{\text{sen } C_4}{\text{sen } D_4}$$

$$DC = EC \cdot \frac{\text{sen } E_4}{\text{sen } D_4}$$

CALCOLO DEGLI AZIMUT



◆ Applicando **semplici valutazioni geometriche** connesse agli angoli che insistono su ciascun vertice, è possibile determinare gli **azimut** di tutti i lati della triangolazione, partendo da uno degli **azimut noti**.

$$(AF) = 0^{\circ} \text{ noto}$$

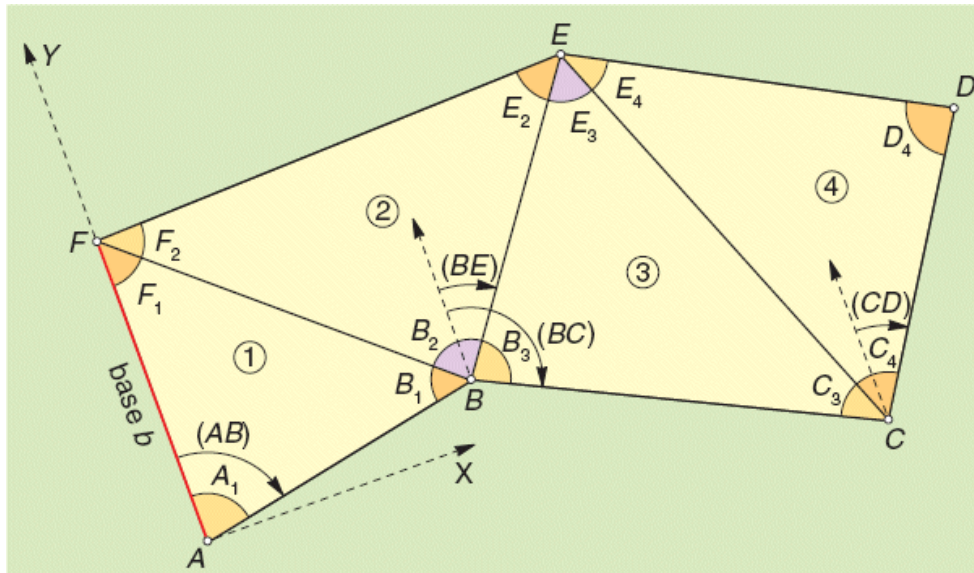
$$(AB) = A_1 \text{ noto}$$

$$(BE) = [(BA) + B_1 + B_2] - 400^{\circ}$$

$$(BC) = (BE) + B_3$$

$$(CD) = [(CB) + C_3 + C_4] - 400^{\circ}$$

CALCOLO DELLE COORDINATE



◆ I lati e gli azimut dei lati costituiscono le **coordinate polari** dei vertici della triangolazione. Con le note relazioni è possibile trasformarle in **coordinate cartesiane**

$$X_A = 0$$

$$X_F = 0$$

$$X_B = X_A + AB \cdot \text{sen} (AB)$$

$$X_C = X_B + BC \cdot \text{sen} (BC)$$

$$X_E = X_B + BE \cdot \text{sen} (BE)$$

$$X_D = X_C + CD \cdot \text{sen} (CD)$$

$$Y_A = 0$$

$$Y_F = b$$

$$Y_B = Y_A + AB \cdot \text{cos} (AB)$$

$$Y_C = Y_B + BC \cdot \text{cos} (BC)$$

$$Y_E = Y_B + BE \cdot \text{cos} (BE)$$

$$Y_D = Y_C + CD \cdot \text{cos} (CD)$$

LA TRIANGOLAZIONI GEODETTICA ITALIANA DELL'IGM

LA CARTA D'ITALIA

A metà dell'ottocento, la **cartografia** di un paese era uno strumento prezioso e indispensabile per la **difesa militare del territorio**. Pertanto ogni nazione provvedeva a realizzare, e tenere aggiornata, una carta che rappresentasse tutto il territorio nazionale; essa era gelosamente custodita come un importante bene dello Stato.

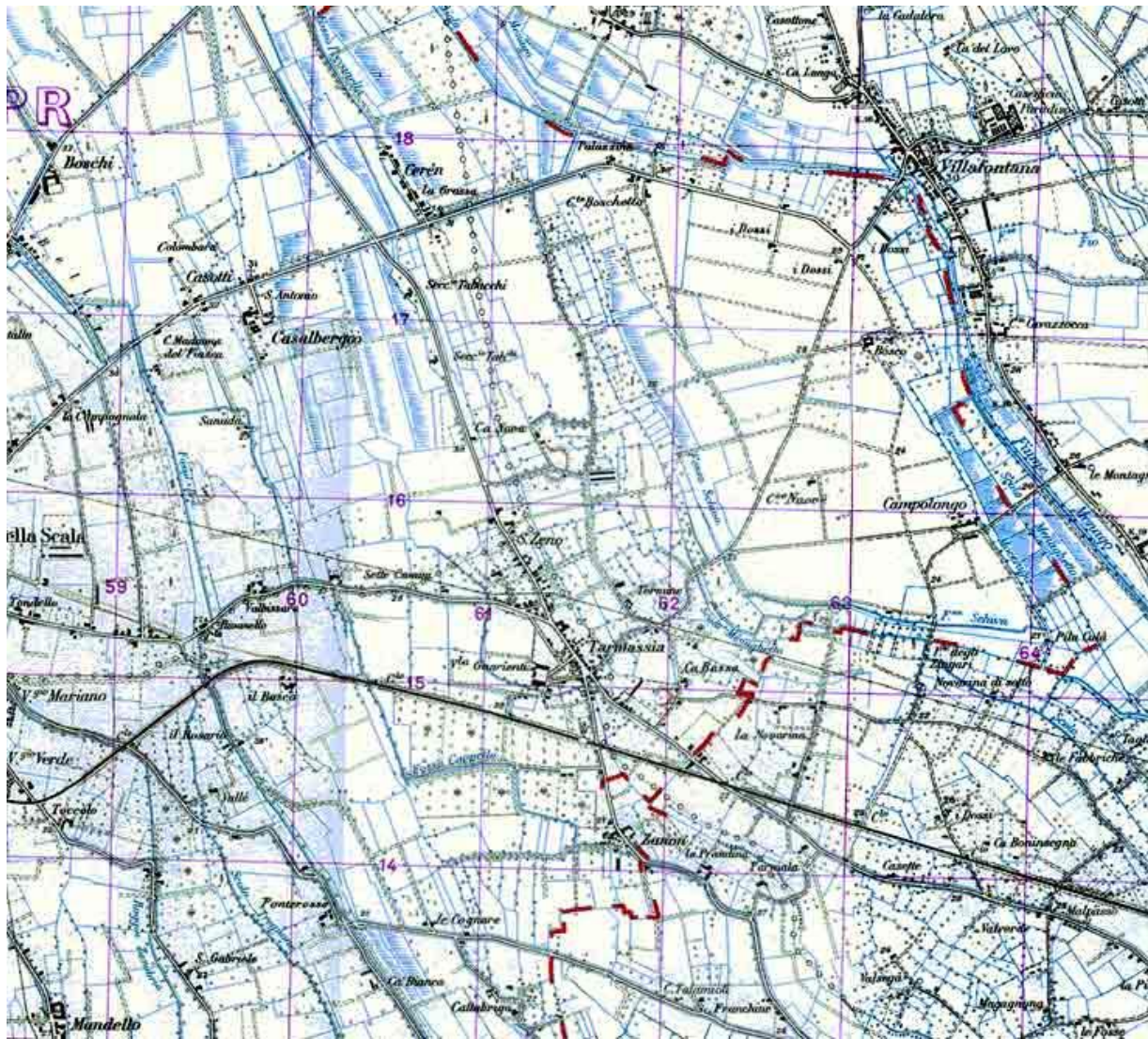
Anche il neonato Stato italiano (1861) decise di fornirsi di una carta, denominata **Carta d'Italia**. Avendo la carta, all'epoca, una **valenza prevalentemente militare**, l'incarico venne affidato all'**Istituto Geografico Militare** (IGM), che ha la sua sede a Firenze, con i seguenti indirizzi:

- **rappresentare tutto il territorio nazionale**
- **adottare una scala adeguata alle esigenze militari (1:100.000)**
- **riservare la visione agli organi dello stato (non pubblicabile)**

In epoche successive, le **valenze militari** della Carta d'Italia andarono via via scemando (a causa della rilevazione aerea prima, satellitare poi), mentre aumentavano quelle **civili** della società. A partire dagli anni '30, dunque, la carta venne **pubblicata** e arricchita di rappresentazioni a scala maggiore che meglio soddisfano queste nuove esigenze (1:50.000, 1:25.000).

LA CARTA D'ITALIA

Le caratteristiche della **Carta d'Italia** verranno trattate in altra parte del corso: **la cartografia**. Tuttavia possiamo fin d'ora proporre come esempio lo stralcio di uno dei 284 fogli che formano la carta 1:100.000



L'INQUADRAMENTO PER REALIZZARE LA CARTA D'ITALIA

Come **rete di inquadramento** da utilizzare per il rilievo topografico connesso alla realizzazione della Carta d'Italia, venne adottata una **triangolazione a rete di tipo geodetico** (più sinteticamente **rete geodetica**). Questo fu un lavoro imponente eseguito con eccezionale abilità, che si protrasse per decenni, superando numerosi problemi.

Le *triangolazioni geodetiche*, interessando **grandi estensioni** di territorio, e propongono sempre **due esigenze contrapposte** :

- al fine di limitare la **propagazione degli errori**, è necessario rilevare la posizione di **pochi punti** distribuiti sull'intero territorio (quindi caratterizzati da *grandi distanze* reciproche) e rilevati con grande **cura** e **precisione**.
- tuttavia è anche necessario avere sul terreno una **sufficiente quantità** di punti (**densità**) in modo che sia poi possibile l'esecuzione del rilievo dei dettagli topografici

Per soddisfare queste due esigenze l'IGM impostò la rete di inquadramento nel seguente modo :

- **triangolazione** geodetica strutturata in tre **ordini** (I°, II°, III°).
- **raffittimento finale** eseguito con **intersezioni** (vista la piccola scala della Carta d'Italia) fino ad ottenere la densità di punti necessaria al ril.det. (IV° ordine).

I° ORDINE della rete geodetica IGM

- Per realizzare il **I° ordine** della triangolazione (detta **rete fondamentale**) furono individuati circa **300** punti (uno per ogni foglio della Carta), chiamati vertici trigonometrici di **I° ordine**.

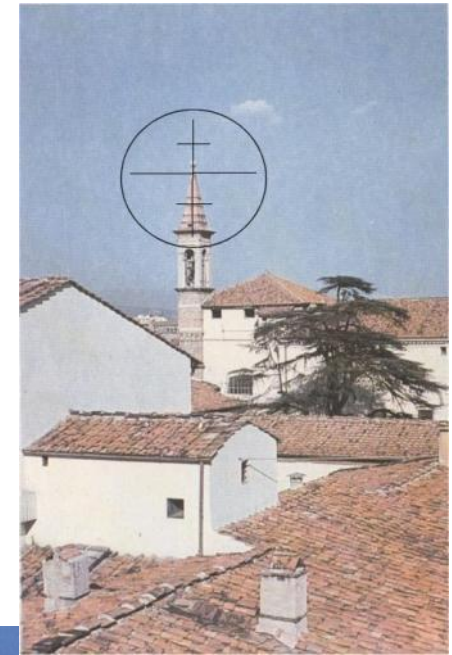
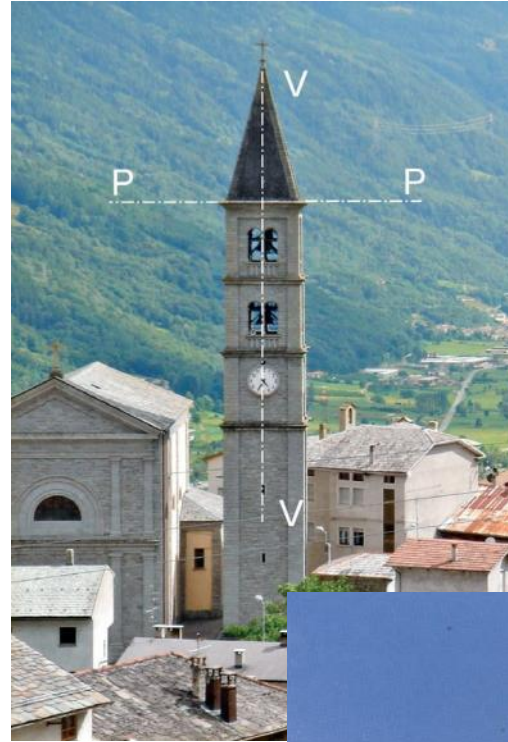
- Essi formano una **rete di triangoli** (prossimi alla forma equilatera) che copre l'intero territorio nazionale e la loro distanza reciproca non è mai inferiore ad **alcune decine di chilometri** (mediamente 40-50 km), ed in alcuni casi eccezionali può raggiungere anche parecchie decine di chilometri.

- I vertici di primo ordine sono convenzionalmente indicati sulla carta d'Italia con un **triangolino rosso**:



I VERTICI DI I° ORDINE

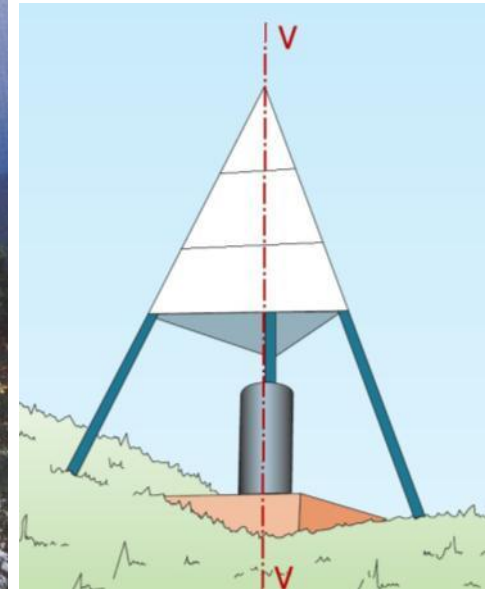
- Nelle zone **pianeggianti** i vertici di I° ordine sono costituiti da segnali naturali, perlopiù **campanili** o particolari architettonici di **fabbricati monumentali**.
- Essi forniscono una posizione dominante necessaria alla misura degli angoli della triangolazione.
- Per la natura di questi vertici, fu necessario, quasi sistematicamente, far ricorso alle procedure di **stazioni fuori centro**, che complicavano non poco le operazioni per la misura degli angoli.



I VERTICI DI I° ORDINE

• Nelle zone **montane** si dovettero individuare i vertici in zone naturalmente dominanti, e materializzarli con *segnali artificiali*, perlopiù **pilastrini** in calcestruzzo o in ferro, opportunamente resi visibili a distanza con *mire*, (**capre**, **pali con alette**, **elioscopi**) di adeguate dimensioni per le distanze di collimazione.

• Le **stazioni** sui pilastrini erano sicuramente agevoli e non richiedevano l'esecuzione di stazioni fuori centro, tuttavia, molto spesso, i pilastrini erano collocati in zone **impervie** e **accidentate** raggiungibili a fatica, spesso solo a piedi .

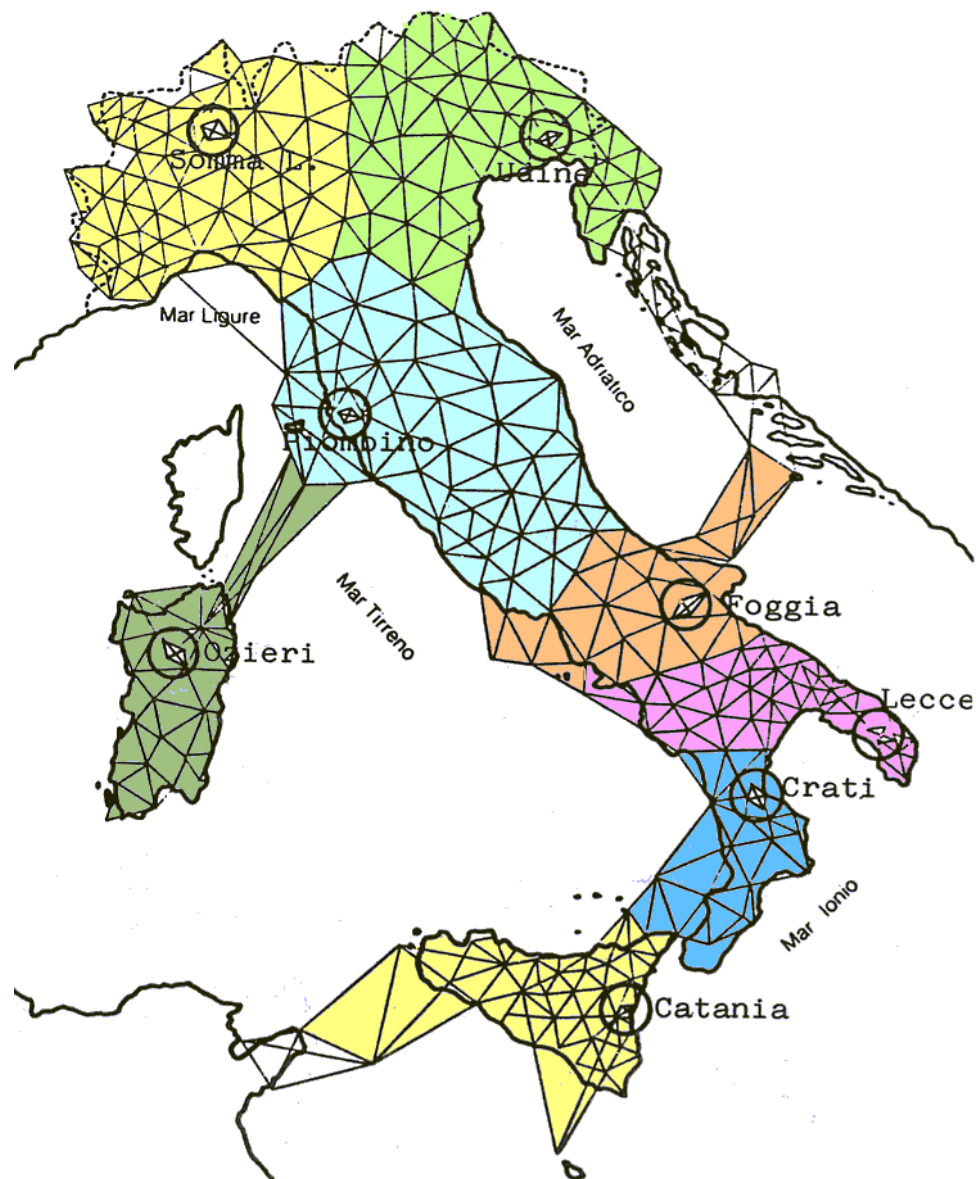


LE BASI DELLA RETE DI I° ORDINE

Per limitare la **propagazione degli errori**, il territorio nazionale venne suddiviso idealmente in **8 parti**, in ciascuna delle quali la triangolazione viene calcolata partendo dalla relativa **base**

Base	Anno	Lunghezza	Errore rel.
Foggia	1860	3930,4206m	1/ 316000
Catania	1866	3692,1800m	1/ 586885
Crati	1870	2919,5530m	1/ 748784
Lecce	1872	3044,2301m	1/ 835182
Udine	1874	3248,5785m	1/1497567
Somma L.	1878	9999,5380m	1/2285765
Ozieri	1890	3408,2286m	1/1888237
Piombino	1895	4621,5696m	1/ 939781
Piombino	1959	11643,1078m	1/ 991025

Le operazioni di *misura delle basi* sono peculiari della *rete fondamentale* di **I° ordine**. Per lo sviluppo della rete di II° ordine si assumono come **basi** di partenza i **lati** della triangolazione di I° ordine



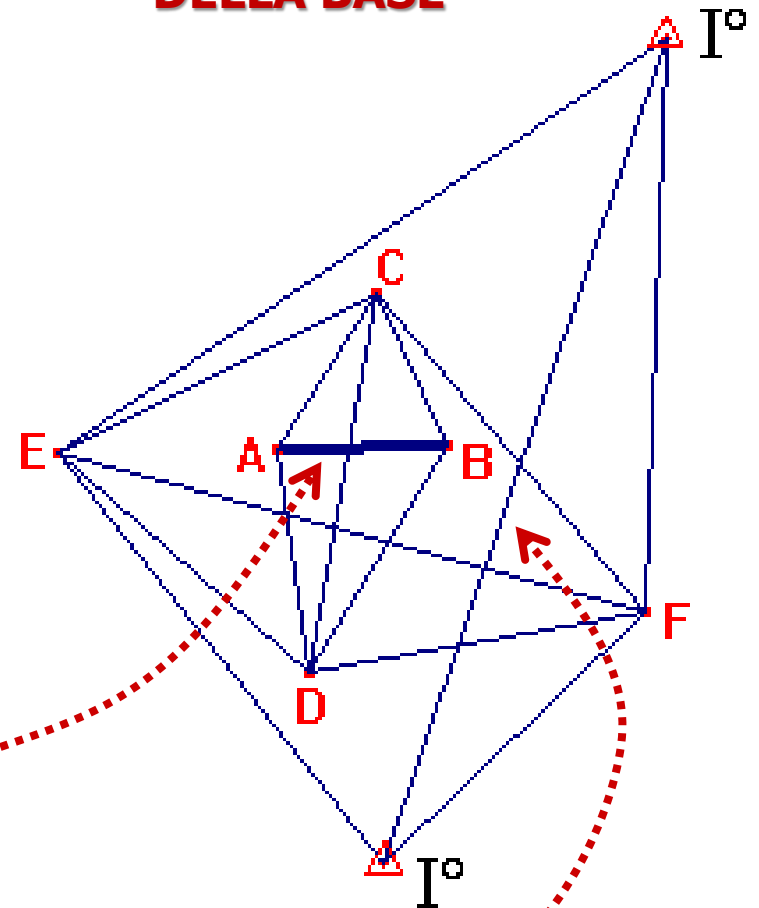
LO SVILUPPO ROMBOIDALE DELLE BASI

- La lunghezza dei lati (mediamente di 40-50km), rendeva impossibile, almeno con la tecnologia del tempo, misurarne **direttamente** uno, anche perché i vertici si trovano in **posizioni elevate, separati da terreni spesso accidentati**, e comunque non adeguati a permettere la **misura diretta** della distanza .

- Il problema venne superato **misurando direttamente**, anziché l'intero lato della triangolazione, una distanza più corta scelta arbitrariamente e denominata **base misurata**.

- Successivamente partendo da questa e con appropriate procedure, si passa al calcolo del *lato della triangolazione* che viene chiamato **base calcolata** .

SVILUPPO ROMBOIDALE DELLA BASE



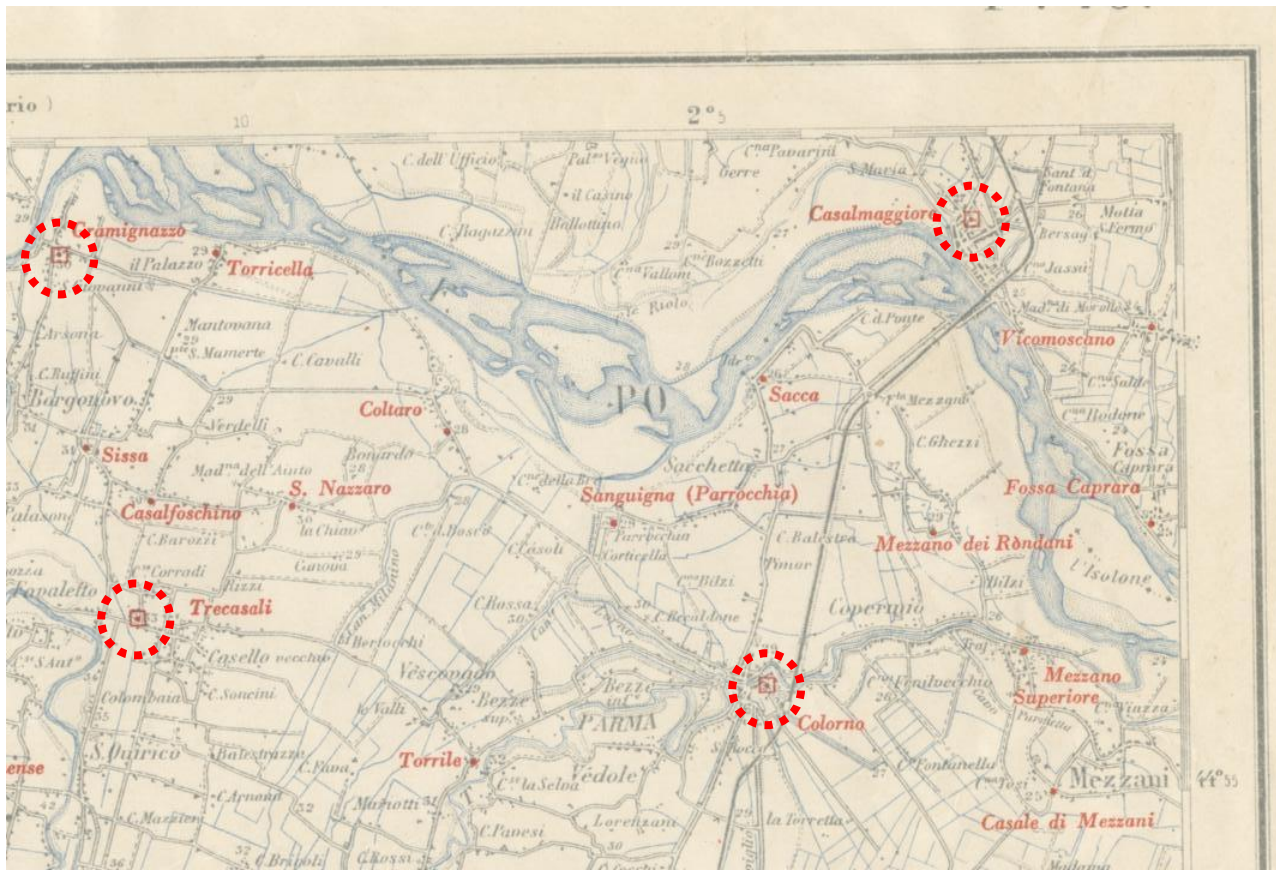
RETE DI II° ORDINE

- I vertici della rete di **II° ordine**, sono stati individuati all'interno dei triangoli di I° ordine.
- Essi sono stati **rigidamente collegati** con quelli della rete fondamentale, i cui lati costituiscono le **basi** per lo sviluppo numerico di questo secondo livello della rete geodetica.
- Essendo la **propagazione degli errori** più limitata, le misure sono state realizzate con minor precisione rispetto a quelle che furono eseguite nella rete di **I° ordine**
- La rete di II° ordine, che presenta lati lunghi mediamente 20-30km, copre ininterrottamente tutto il territorio nazionale; i suoi vertici nella Carta d'Italia sono riconoscibili da un **cerchietto rosso**



RETE DI III° ORDINE

- Fu poi necessario un ulteriore *raffittimento* dei vertici della rete geodetica laddove le maglie della rete si presentavano più larghe, dunque, più spesso, nei **tratti pianeggianti**. Questo *raffittimento* venne ottenuto individuando **nuovi punti** all'interno dei triangoli delle **reti precedenti**, perlopiù in zone baricentriche e distanti mediamente 10-15Km
- La rete di III° ordine **non è continua**, e **non si estende** su tutto il territorio nazionale, ma è stata eseguita, a **chiazze** solo nelle zone che richiedevano un riequilibrio della densità di punti noti.

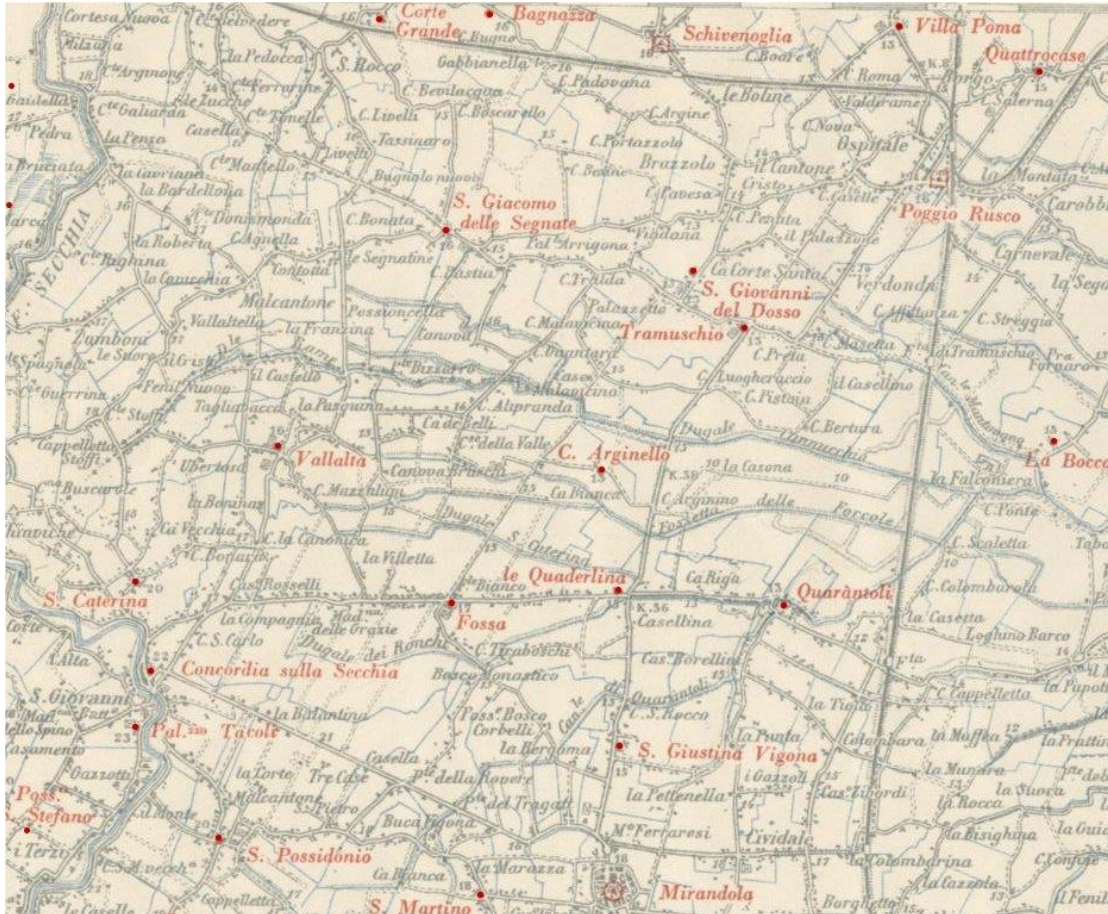


Questi punti andarono a costituire la rete di **III° ordine** e nella Carta d'Italia sono rappresentati con un **quadrato rosso** :



IL RAFFITTIMENTO FINALE: IV° ORDINE

• Per ottenere la densità di punti noti richiesta per eseguire il **rilievo dei particolari topografici** del terreno necessari alla redazione della Carta d'Italia nella scala 1:100000, si procedette, ad un **raffittimento finale**, intercalando i vertici delle reti precedenti con nuovi punti detti di **IV° ordine** distanti tra loro mediamente 3-5Km.



• Questi vertici, sono di gran lunga **più numerosi** dei vertici di I°, II°, e III° ordine **presi insieme**. Essi tuttavia **non sono collegati** a triangolazione ma sono punti **isolati** determinati con i metodi delle **intersezioni**.

• Questa particolarità ha reso più **rapida** la determinazione di questo ordine di punti, che, tuttavia, risultano i **meno precisi** di tutta la rete geodetica italiana.






• Essi sono rappresentati nella carta con un **puntino rosso**



1908-1919 impianto della rete

- Nel 1908 per il **nord**, e nel 1919 per il **sud**, la rete venne compensata e calcolata.
- Per il calcolo delle coordinate geografiche dei suoi vertici venne adottato l'**ellissoide di Bessel** orientato a **Genova** nel 1902 a seguito di osservazioni astronomiche.
- Le **coordinate geografiche** e la quota dei vertici della rete vennero successivamente pubblicate e raccolte in **Fascicoli** (uno per ciascun foglio della carta) →

— 18 —

Ordine	NOME DEL PUNTO	Coordinate Geografiche	Quota altimetrica	PROSPETTINI
II	Mirandola. Capoluogo di Comune. — Campanile della cattedrale.	$\varphi = 44^{\circ} 53' 07'', 76$ $\omega = + 2 08 43 , 83$	56 ^m , 67 Base della Cupola.	
IV	Molino Boschetti. Comune di Cento. — Fumaiolo della casa sulla sinistra del canale di Cento a nord-est del Capoluogo.	$\varphi = 44^{\circ} 49' 16'', 02$ $\omega = + 2 26 56 , 79$	18 ^m , 86 Sommità del fumaiolo.	
IV	Mortizzuolo. Frazione del Comune di Mirandola. — Campanile della chiesa parrocchiale.	$\varphi = 44^{\circ} 52' 27'', 63$ $\omega = + 2 12 28 , 62$	34 ^m , 55 Cornicione.	
IV	Motta. Comune di Cavezzo. — Campanile della chiesa parrocchiale a ovest del Capoluogo.	$\varphi = 44^{\circ} 49' 41'', 06$ $\omega = + 2 03 53 , 13$	42 ^m , 31 Cornicione.	
IV	Nonantola. Capoluogo di Comune. — Torre a sud del paese.	$\varphi = 44^{\circ} 40' 34'', 56$ $\omega = + 2 07 21 , 95$	51 ^m , 73 Gronda del tetto.	

1940 – DATUM Roma40

- Nel 1940 la rete venne ricalcolata, adottando l'**ellissoide di Hayford** orientato a **Roma Monte Mario**.
- Oltre alle **coordinate geografiche** vennero calcolate le coordinate rispetto al **sistema Gauss-Boaga**, stabilito sull'ellissoide.
- Queste vennero successivamente pubblicate raccolte in **Cataloghi** (uno per ciascun foglio della carta)

002 Comando Regione Militare Tosco-Emiliana, Firenze
Staz. C.C. Fontanellato
Comune Fontanellato (Prov. Parma)
Proprietario

002 MONOGRAFIA (1958) Campanile della chiesa parrocchiale. Asse geometrico del campanile.

002 Coordinate geografiche

φ	ω
44°52'50",228	- 2°14'14",951


002 Coordinate Gauss-Boaga

N	E
4 970 498,96	1 595 951,64

002 Quota al PP H = 57,97

002 PP = Base finestroni.

Nome Albareto
N° = 073002
IO = IV



TRIG. Nome Ord. F. N°
ALBARETO IV 073 002

1995 – IGM95 (ordine 0)

- Nel 1995 l'IGM ha completato la rete di grande precisione, rilevata con strumenti di **posizionamento GPS** costituita da 1236 vertici.
- La rete è costituita da un **sottoinsieme** delle **reti esistenti** di I°, II° e III° ordine scelto tra i vertici che possedevano requisiti di **facile accessibilità** e **visibilità**, integrati con vertici di **nuova costituzione**.
- La rete IGM95, è la sezione nazionale della più ampia rete fondamentale europea.



CONTINUA UNITÀ