
Capítulo 4

Morfología Matemática en Color

4.1 Introducción

Una imagen digital en color es una función bidimensional con valor tridimensional:

$$f: Z^2 \rightarrow Z^3 \quad (4.1)$$

en donde cada píxel $\mathbf{X}=(x,y)$ está representado por un vector de tres componentes: $\mathbf{P}=(I_1,I_2,I_3)$. El valor de cada una de las componentes depende del espacio de color (RGB, HSI, CIELAB, YIQ,...) con el que se esté visualizando y/o tratando la imagen. La figura 4.1 muestra una representación de la imagen cromática de ‘Lenna’ en la que cada píxel posee un valor de R, G y B, dentro del espacio de color RGB.



Figura 4.1. Imagen en color de ‘Lenna’ representada en modelo RGB. Cada píxel posee un valor de componente roja, verde y azul.

Tal como se comentó en el capítulo tercero de esta memoria, la base de la formulación morfológica descansa en la definición de retículo completo: conjunto ordenado. El inconveniente surge en la ausencia de orden entre los píxels cromáticos, pues se corresponden con vectores tridimensionales y, a priori, no hay un orden natural para determinar que, por ejemplo, en sistema RGB, un píxel con valor (34,26,123) es menor que (59,1,104). El mismo problema de ausencia de orden lo presentan el resto de modelos cromáticos definidos en el capítulo 2. En imágenes en color no hay orden, no hay, pues, estructura de retículo completo, no puede formularse una extensión automática de morfología matemática.

La formulación de morfología matemática en color requiere la presencia de orden entre los píxels de la imagen. En escala de grises el orden de los valores discretos $0 < 1 < 2 < 3 < \dots < 253 < 254 < 255$ es suficiente para formar el retículo completo. Una solución al problema de ausencia de orden se puede alcanzar considerando las imágenes en color como la composición de tres funciones bidimensionales independientes con valor unidimensional. En el caso del espacio RGB, se considera la imagen como composición de mapas unidimensionales de valor I_1 =rojo, I_2 =verde y I_3 =azul:

$$f_1 : Z^2 \rightarrow Z : \mathbf{X} = (x, y) \rightarrow I_1 \quad (\text{R}) \quad (4.2)$$

$$f_2 : Z^2 \rightarrow Z : \mathbf{X} = (x, y) \rightarrow I_2 \quad (\text{G}) \quad (4.3)$$

$$f_3 : Z^2 \rightarrow Z : \mathbf{X} = (x, y) \rightarrow I_3 \quad (\text{B}) \quad (4.4)$$

La imagen cromática de ‘Lenna’ se presenta en la figura 4.2 como la composición de tres mapas bidimensionales con representación de valores R, G y B.

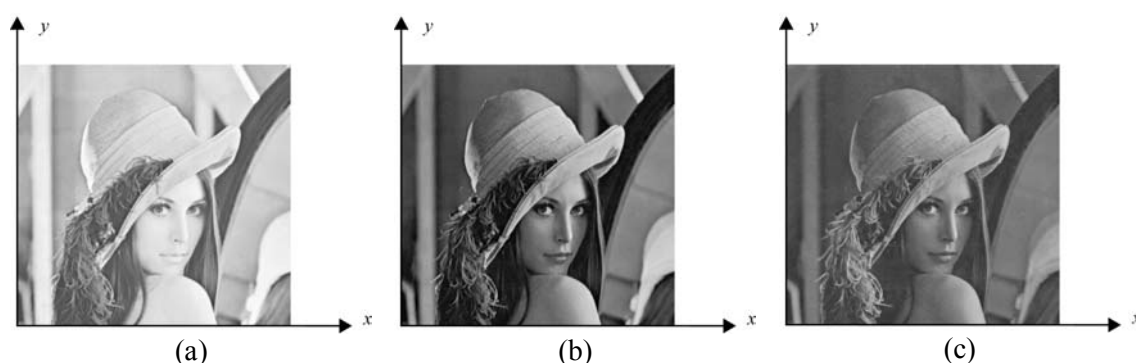


Figura 4.2. Imagen en color de ‘Lenna’ representada en mapas bidimensionales monocromáticos $I_1=\text{R}$, $I_2=\text{G}$ e $I_3=\text{B}$.

El tratamiento individual de cada mapa I_1 , I_2 e I_3 se conoce como procesamiento marginal y se discutirá en el apartado 4.3. La alternativa al procesamiento marginal es afrontar el problema de la ordenación de los píxeles y tratar los datos como vectores indivisibles. Se efectuará, pues, un tratamiento vectorial. Para ello habrá que establecer criterios de orden en los diferentes espacios de color, esta metodología se discutirá en el apartado 4.4.

Tanto la aproximación marginal como la vectorial son posibles si los canales individuales de cada uno de los espacios de color poseen un orden interno que identifique claramente el ínfimo y el supremo. Prácticamente, todos los modelos cromáticos se dividen en mapas escalares con mínimo definido en valor 0 y máximo en el extremo de dominio establecido por el espacio, (100 ó 255 en la mayoría de los casos). Sin embargo, un problema surge en aquellos modelos que poseen una componente de tinta o matiz. Tal y como se comentó en el segundo capítulo de esta Tesis Doctoral, la componente de matiz codifica los valores en grados, de forma que, por ejemplo, en HLS, el valor de 0° se corresponde con un matiz rojo, 90° con un amarillo verdoso, así hasta volver a 360° que, evidentemente, es el mismo matiz que 0° . Esto tiene como consecuencia que no se pueda definir un orden natural en esta componente. Además, en ausencia de saturación el matiz es indefinido. La indefinición de la tinta raramente puede representarse en el propio canal de matices, puesto que el rango de valores $[0^\circ, 360^\circ]$ se reduce a $[0, 255]$ y el 0 representa tanto el color rojo como los matices indefinidos.

En el siguiente punto se tratarán en detalle las particularidades de los espacios de color de la familia HSI para procesamiento de imágenes. Una vez solventadas las singularidades del

modelo HSI, en el apartado 4.3 se presentará la primera aproximación de morfología cromática, el método marginal. En el punto 4.4 se ofrecerá un amplio estudio de los métodos de orden vectorial, como la opción más robusta de procesamiento. Se presentará un nuevo orden vectorial y se tratará adecuadamente la situación de matiz indefinido. Asimismo, se definirán, a partir de las operaciones vectoriales básicas, los primeros residuos y filtros morfológicos cromáticos. Finalmente, en el apartado 4.5 se extraerán una serie de conclusiones sobre el procesamiento morfológico cromático.

4.2 Consideraciones sobre los modelos intuitivos en morfología matemática

Los espacios de color basados en atributos perceptuales de la visión humana son muy atractivos en procesamiento de imágenes de alto nivel. Sin embargo, estos espacios (HSI, HLS, HSV...) poseen una serie de particularidades que dificultan el procesamiento. En los siguientes apartados se tratan detenidamente los inconvenientes principales:

- La ordenación del matiz, con la consideración de matices indefinidos.
- La inestabilidad de la saturación.

4.2.1 Ordenación del matiz

El primer problema en Morfología Matemática cromática sobre HSI surge por la ausencia de orden natural en la componente de matiz. Numéricamente, el matiz (figura 4.3) es un valor angular θ oscilante entre 0° y 360° (0 y 2π) y es evidente que $\theta = \theta + 2\pi$.

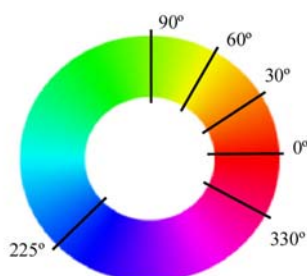


Figura 4.3. Círculo de matiz.

Para la ordenación del matiz [Hanbury, 2001a] y [Peters II, 1997] emplean una función de distancia entre los valores de matiz y un punto de referencia. En las investigaciones aquí presentadas se ha adoptado la esta función, definiendo el ínfimo del conjunto en el valor de referencia de matiz elegido:

$$d(H_i, H_{ref}) = \begin{cases} |H_i - H_{ref}| & \text{si } |H_i - H_{ref}| \leq \pi \\ 2\pi - |H_i - H_{ref}| & \text{si } |H_i - H_{ref}| > \pi \end{cases} \quad (4.5)$$

Por la definición de la distancia, ésta podrá valer desde 0 a 180 ($360^\circ/2$). El supremo del conjunto será el matiz con máxima distancia respecto al valor ínfimo. De esta manera, se reduce el mapa de matices a un mapa de distancias de valor máximo igual a 180 (π), lo que permite representar la indefinición de tinta en el extremo superior de un dominio de valores común [0,255], siendo ésta una de las primeras aportaciones de la presente Tesis Doctoral.

Con el concepto de distancia de matiz se logra un orden, con ínfimo y supremo, que permite, a su vez, la identificación en el propio mapa de matices de las saturaciones nulas. La figura 4.4 presenta, sobre el círculo de matiz, el cambio de ínfimo y supremo en la nueva señal de distancia de matiz. En la figura 4.4.a se define el matiz de referencia o ínfimo en 0° , por lo que el supremo se situará en 180° . Un matiz verde de 90° y un matiz violeta de 270° tendrán el mismo valor de distancia y se considerarán iguales. En la figura 4.4.b se aprecia el cambio de situación del matiz de referencia. Ahora, se sitúa en 135° , y el máximo valor de distancia corresponde al color magenta de 315° .

La figura 4.5.a ofrece la imagen cromática de ‘Colour beans’. El mapa original de matiz (figura 4.5.b) muestra como señales visualmente similares están fuertemente alejadas en su representación numérica. El canal de matiz representa los rojos-anaranjados en 10° o 20° , mientras que los rojos-magenta sobre 350° , cuando son colores muy cercanos entre sí. La representación de distancias de matiz respecto a un ínfimo de referencia evita el inconveniente anterior. Los colores visualmente similares poseen valores de distancia análogos. En las figuras 4.5.c y 4.5.d se representan los mapas de distancias de matiz para ínfimos definidos en 0° y 135° , respectivamente. Con valor igual a 255 se manifiestan los pixels de matiz indefinido.

El histograma del mapa de matiz original de la figura 4.6.a refleja la segmentación en dos regiones producida de forma artificial por el valor angular del matiz. El nuevo mapa de distancias con respecto a 0° (figura 4.6.b) soluciona el problema.

La imagen cromática de ‘Parrots’ (figura 4.7.a) posee un mapa de matices de buena calidad aunque presenta discontinuidad en valores de matices visualmente contiguos en la representación circular, como son el rojo y el magenta (figura 4.7.b). Las señales de distancia de matiz respecto a 0° y a 135° se visualizan en las figuras 4.7.c y 4.7.d, respectivamente.

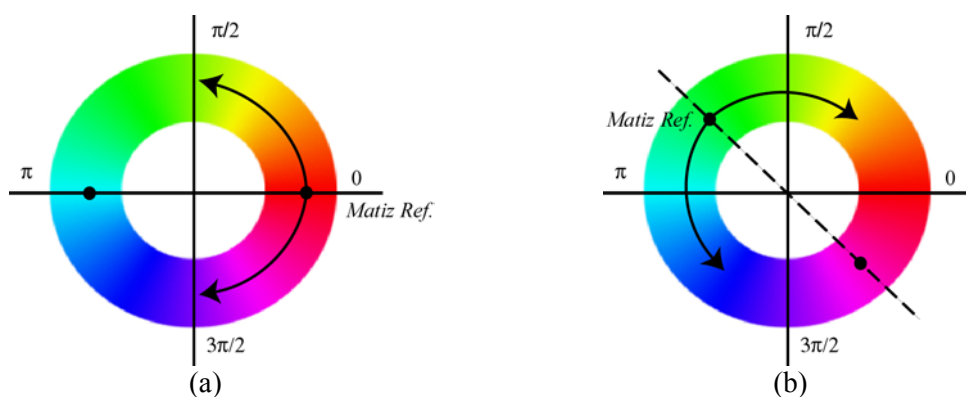


Figura 4.4. Establecimiento de ínfimo en círculo matiz. (a) Matiz de referencia en 0° . (b) Matiz de referencia en 135° .

Ciertas investigaciones en segmentación de imágenes en color, como las desarrolladas en [Celenk, 1990] se basan en la umbralización de histogramas L^* , C^* y H^* , de la representación polar del espacio CIELAB. Los algoritmos allí desarrollados no tienen en cuenta la identificación de matices indefinidos, lo que puede ocasionar la aparición de errores indeseables en la segmentación. La identificación de los matices indefinidos en el propio mapa de matices es muy útil en el procesamiento de imágenes en color, ya que ahorra la búsqueda de la saturación en otro canal para detectar pixels acromáticos. La ordenación por componente de matiz deberá amoldarse a este hecho. En el apartado 4.4.2 se tratarán con más detalle el problema de la indefinición del matiz en la ordenación vectorial de datos y, más concretamente, en el orden lexicográfico.

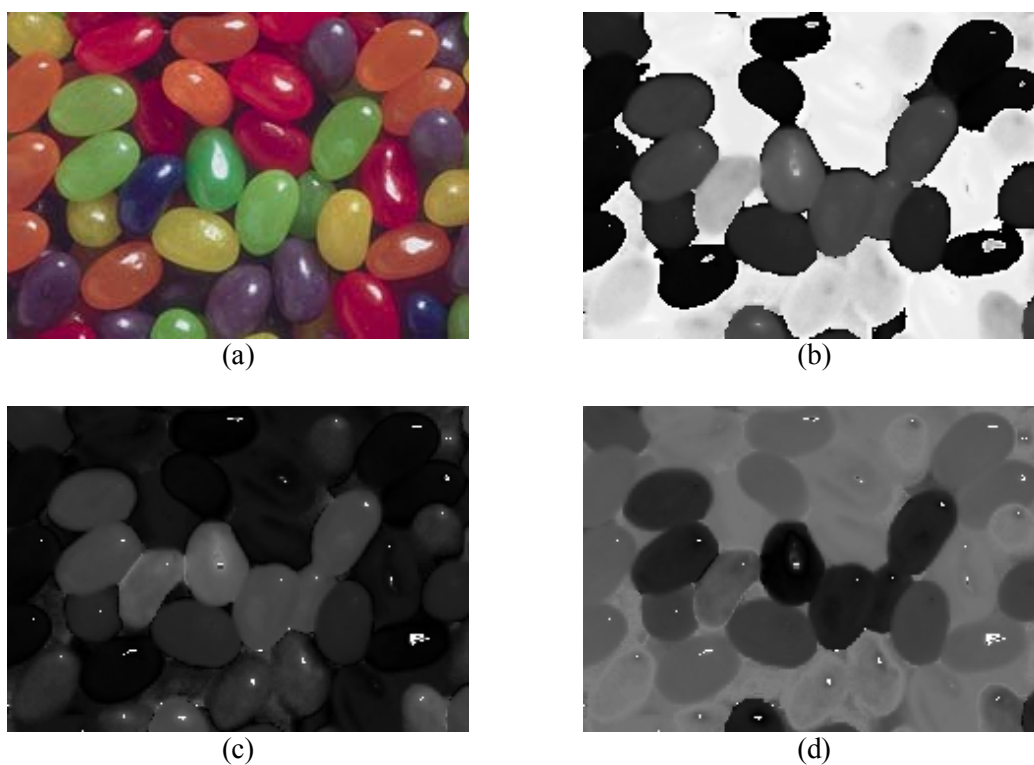


Figura 4.5. Imagen cromática de ‘Colour beans’ y diferentes mapas de matiz. (a) Canal original de matiz. (b) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 0° . (c) Mapa de distancias de matiz, ínfimo en 135° .

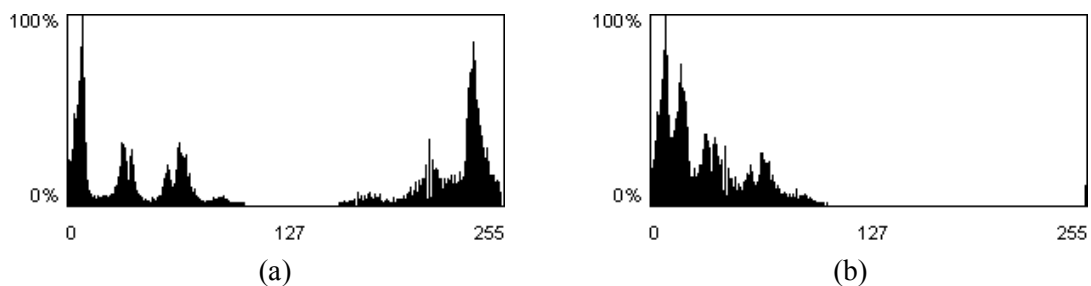


Figura 4.6. Histograma del canal original de matiz (a) y del mapa de distancias de matiz con respecto al ínfimo establecido en 0° (b).

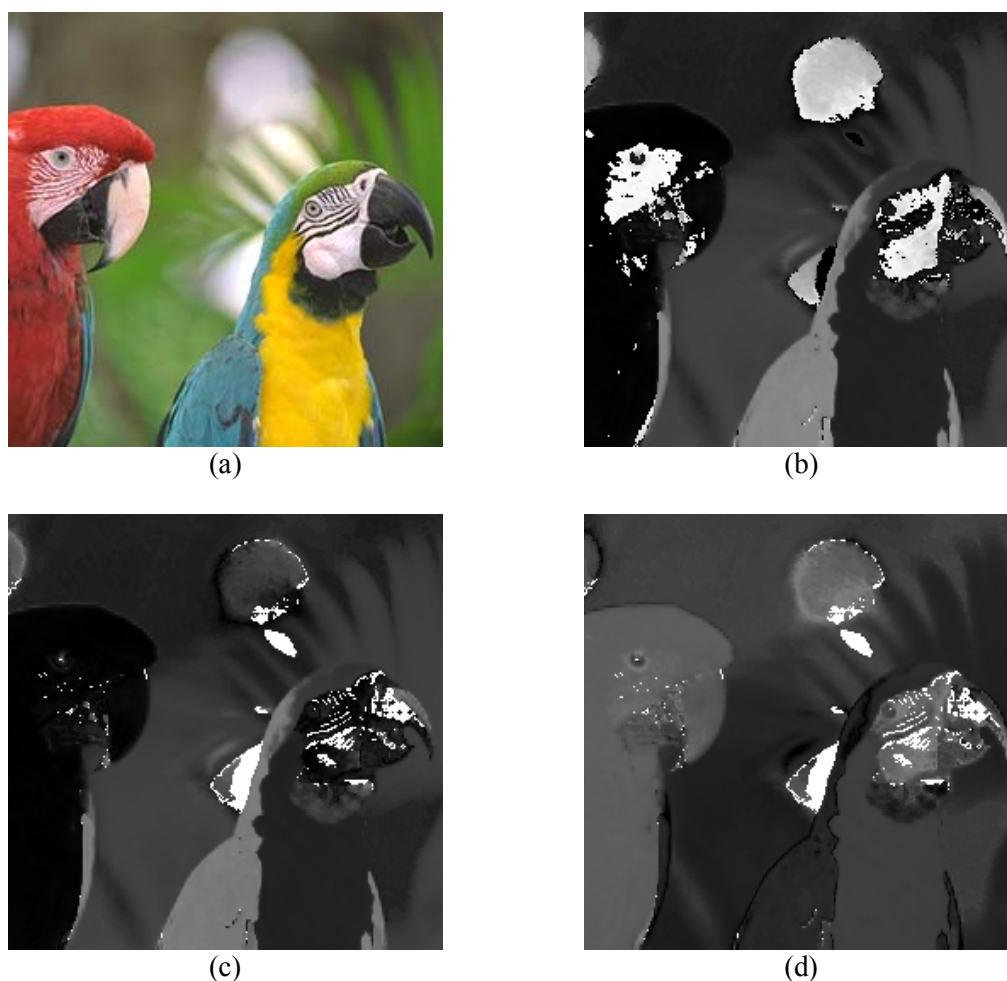


Figura 4.7. Imagen en color de 'Parrots' y diferentes mapas de matiz. (a) Canal original de matiz. (b) Mapa de distancias de matiz, infimo en 0° . (c) Mapa de distancias de matiz, infimo en 135° .

4.2.2 Inestabilidad de la saturación

Por otro lado, tal como se comentó en el capítulo 2 de esta Tesis Doctoral, la componente de saturación de los modelos intuitivos tiene un comportamiento ciertamente inestable para bajos y altos niveles de intensidad, luminancia o valor. Incluso con la interpretación geométrica de los espacios HLS y HSV, en la que se ofrece una visión linealmente aceptable de la saturación, la inestabilidad sigue presentándose. En la tabla 4.1 se muestran los valores de saturación para coordenadas RGB de reducida intensidad. Todos los valores, tanto de RGB como de saturación, se presentan en un dominio de $[0,255]$. La inestabilidad de la saturación es evidente en HSI, pues de la coordenada $(0,0,0)$ a la $(0,0,1)$ no hay prácticamente diferencia visual y la saturación pasa de valer 0 a 255. El incremento de la intensidad a coordenadas RGB $(1,1,2)$ reduce el valor de la saturación a 63, para luego ir aumentando progresivamente según aumenta la componente acromática. En HLS, la saturación no se comporta como cabría esperar por la forma geométrica

que posee el espacio cromático. Para valores RGB de escasa luminancia la saturación posee valores elevados. Por ejemplo, la saturación es 170 para RGB=(1,1,5), cuando la luminancia de esta coordenada es tan sólo 3. Se aprecia en la saturación una evolución logarítmica que no se corresponde con la figura bicónica de su representación. En HSV no se obtiene una mejora de resultados. El comportamiento de la saturación no responde tampoco a la interpretación geométrica del modelo pues, por ejemplo, se producen dos saltos de saturación (0→255→127) para sólo un cambio de valor en componente acromática (1→2). La figura 4.8 ilustra la oscilación de los valores de saturación en espacio polar de HSI, HLS o HSV.

R	G	B	I (HSI)	L(HLS)	V(HSV)	S (HSI)	S (HLS)	S (HSV)
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	255	0	255
0	1	2	1	1	2	255	0	255
1	1	2	1	1	2	63	85	127
1	1	3	1	2	3	102	127	170
1	1	4	2	2	4	127	153	191
1	1	5	2	3	5	145	170	204

Tabla 4.1. Relación entre valores RGB y saturación en modelos HSI, HLS y HSV.

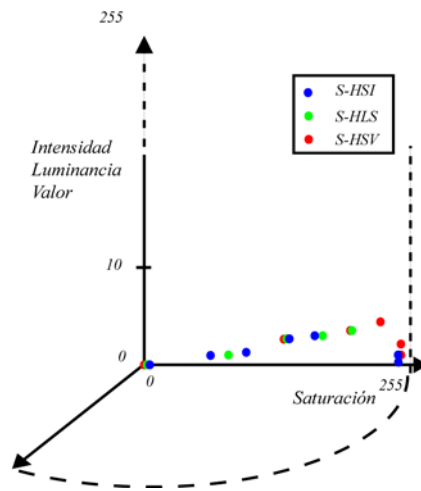


Figura 4.8. Evolución de la saturación para valores reducidos de componente acromática.

En vista de los resultados, se propone normalizar los valores de saturación en función de la componente acromática de intensidad, luminancia o valor. El producto normalizado entre el mapa de saturaciones y los valores I , L o V minimiza las discontinuidades, logrando fielmente la representación de cono en HSV o doble cono en HLS [Ortiz, 2001a], [Hanbury, 2001b]. Para el modelo general HSI se ha seguido la norma de HLS, por lo que su representación espacial será similar.

A continuación, en las figuras 4.9.a y 4.9.b se muestran los mapas de saturaciones del espacio HLS sin normalizar y normalizado, respectivamente, para la imagen ‘Colour beans’ de

la figura 4.5.a. Se observa como el mapa inicial es inestable, principalmente en el borde de los objetos (luminancia baja) y en los brillos o reflejos presentes sobre ellos (luminancia alta). El canal normalizado suaviza la representación de los objetos, reduciendo las discontinuidades e identificando claramente las zonas acromáticas. El canal de saturaciones (figura 4.9.c) de la imagen ‘Parrots’ (figura 4.7.a) también mejora cuando es normalizado (figura 4.9.d), suavizando la representación de la imagen original.

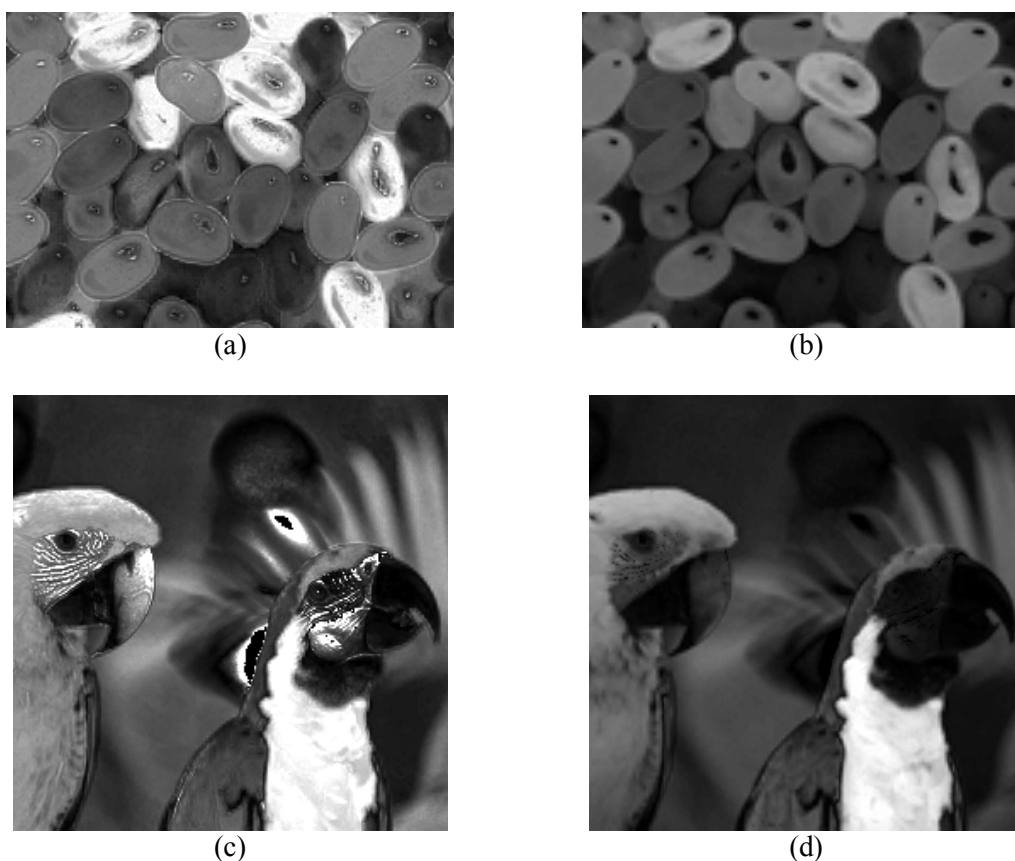


Figura 4.9. Mapas de saturaciones originales (a,c) y normalizados (b,d) de las imágenes de ‘Colour beans’ y ‘Parrots’, respectivamente.

4.3 Aproximación marginal

Como se comentó anteriormente, el tratamiento marginal de imágenes en color consiste en procesar cada canal de la imagen por separado. La figura 4.10 ilustra este concepto. La imagen se divide en canales individuales, se opera con el mismo criterio en cada uno de ellos para luego componer y unir los resultados [Ortiz, 1998], [Chanussot, 1998a], [Lambert, 1999].

En la definición de las operaciones morfológicas para tratamiento marginal no se observan cambios significativos con respecto al caso de escala de grises. Una erosión se representa como:

$$\varepsilon_Y(f_i)(x, y) = \min_{(s,t) \in Y} f_i(x + s, y + t) \quad (4.6)$$

donde el único detalle aparece en la elección de la función f en la que operar, $i \in [1,2,3]$. Veamos el efecto de la erosión en color, efectuada mediante tratamiento marginal para la imagen de la figura 4.11.a. Todos los canales son erosionados con un elemento estructurante plano de tamaño 3×3 .

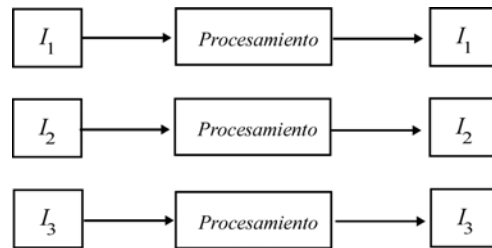


Figura 4.10. Esquema de procesamiento marginal para tres canales de información independientes.



Figura 4.11. Erosión de una imagen en color mediante procesamiento marginal de canales RGB. Elemento estructurante de tamaño 3×3 . (a) Imagen original. (b) Imagen erosionada.

A primera vista, los resultados observados son bastante coherentes con el significado de la operación morfológica efectuada. Se aprecia una pérdida de valor de la señal cromática en su conjunto. La imagen parece más oscura. Sin embargo, si se efectúa una operación de *zoom* en una zona determinada de las imágenes original y procesada, se observa como han aparecido nuevas cromaticidades inexistentes en la imagen original (figura 4.12).

El efecto de nuevas cromaticidades, fenómeno conocido como falsos colores, se debe al procesamiento individual de cada canal de información, lo que provoca, en algunos casos, la descomposición de los píxels en la imagen. Se puede observar numéricamente este efecto. En la figura 4.13.a se muestra una sección de la imagen original en representación de píxels RGB. El píxel central de la sección posee un matiz azulado, definido en componentes RGB=(51,102,153). La erosión (figura 4.13.b) produce una nueva composición de valores en el píxel central (51,102,51) que no está presente en el entorno de vecindad. Visualmente, el píxel adquiere un matiz verdoso.



Figura 4.12. Detalle de la erosión de una imagen en color mediante procesamiento marginal. (a) Zoom de la imagen original. (b) Zoom de la operación de erosión, aparición de nuevas cromaticidades.

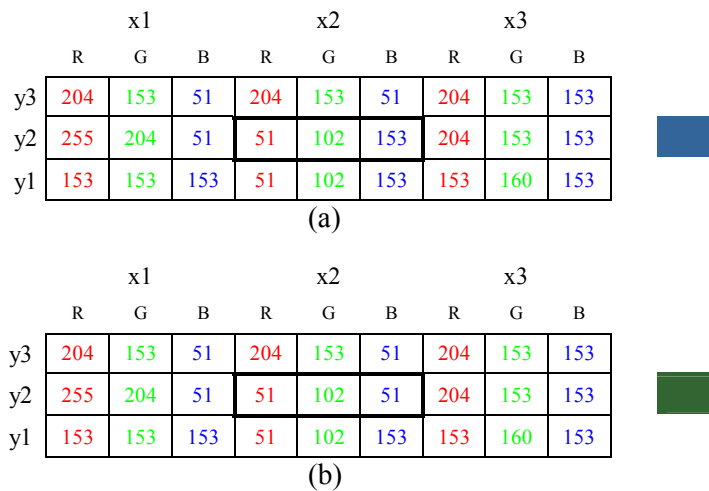


Figura 4.13. Detalle numérico del efecto de falsos colores en procesamiento marginal de datos. (a) Sección numérica de la imagen en color. (b) Sección numérica de la imagen erosionada.

La operación de dilatación no escapa a la aparición de falsos colores. La dilatación marginal de una imagen en color queda definida por:

$$\delta_Y(f_i)(x) = \max_{(s,t) \in Y} f_i(x-s, y-t) \quad (4.7)$$

donde $i \in [1,2,3]$. La dilatación marginal de la imagen de la imagen ‘Globos’ (figura 4.11.a) se muestra en la figura 4.14. La dilatación produce un aumento en el valor de la señal cromática en su conjunto. La imagen parece más clara o luminosa. Sin embargo, un análisis más detallado refleja los desagradables efectos presentes en la erosión, los falsos colores.

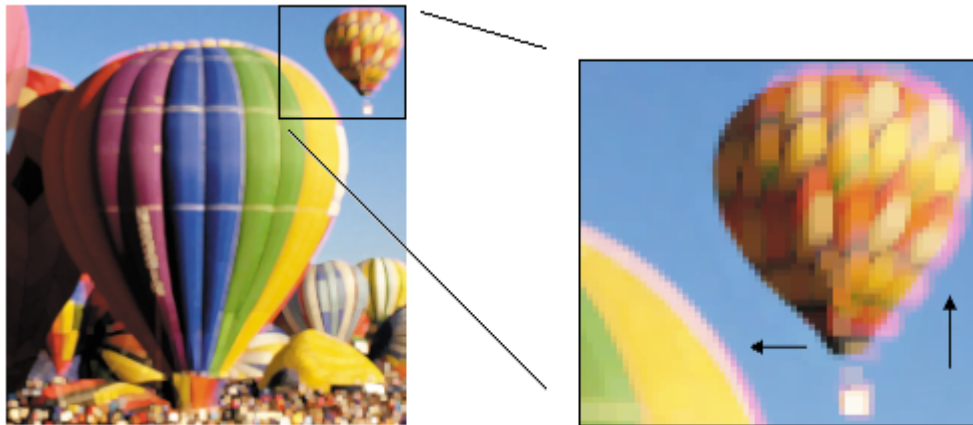


Figura 4.14. Detalle de la dilatación marginal. Efecto de los falsos colores presente, al aparecer cromaticidades magentas inexistentes en la imagen original.

El efecto de la descomposición cromática de pixels no es exclusivo del espacio de color RGB. El procesamiento marginal sobre una base YIQ, $L^*a^*b^*$ o HSI posee, a priori, el mismo inconveniente. La única ventaja de los modelos anteriores, respecto a RGB, es que codifican la luminancia en una componente. Si sólo se procesa esta señal la imagen resultado no variará la composición espectral original. Esta técnica es empleada en [González, 1993]. Asimismo, para morfología matemática en [Lambert, 1999] se propone, como alternativa a RGB, el procesamiento marginal sobre HSI, operando únicamente con la intensidad, permaneciendo siempre intacto el valor de matiz de los pixels. La descomposición del píxel sigue existiendo, lo que sucede es que no se aprecian cambios espectrales en la imagen, pues sólo la intensidad varía de posición bajo el entorno de vecindad definido por la forma del elemento estructurante. El esquema de este método de procesamiento marginal se muestra en la figura 4.15.

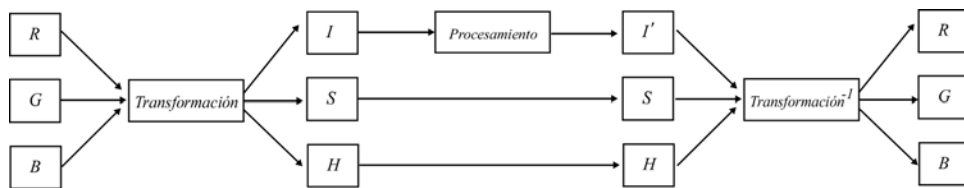


Figura 4.15. Ejemplo de procesamiento marginal para evitar la aparición de los falsos colores.

Se puede concluir afirmando que la aproximación marginal no es, en general, un método satisfactorio para la extensión de morfología clásica a imágenes cromáticas. El fácilmente deducible que el resto de operaciones morfológicas en procesamiento marginal son afectadas igual e incluso mayormente por el efecto de los falsos colores, al ser composición de operaciones básicas.

4.4 Aproximación vectorial

4.4.1 Nociones básicas

Para evitar los inconvenientes anteriores es preciso considerar y tratar cada píxel como un vector de componentes indivisibles. El problema surge en la ausencia de orden natural de los píxels vectoriales, sea cual sea el número de componentes que posean. Será necesario adaptar diferentes estrategias de ordenamiento multidimensional a los modelos cromáticos RGB, YIQ, HLS... con los que se traten las imágenes. Si esto es posible, el procesamiento morfológico de la imagen se efectuará de forma vectorial, tal y como se ilustra en la figura 4.16.

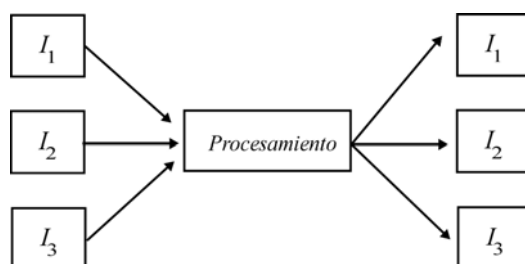


Figura 4.16. Esquema de procesamiento vectorial para tres canales de información independientes.

La ordenación de datos multidimensionales no es una tarea sencilla. A modo de ejemplo, la ordenación de los píxels de una imagen de tres componentes de color, como puede ser RGB, en donde cada elemento se codifica con 256 niveles, tendrá que considerar $256^3=16777216$ etiquetas de color diferentes. Habrá que definir una función de orden que, sobre una base Z^n , proyecte un índice de orden en el espacio Z [Chanussot, 1998b]. En imágenes, $n=3$:

$$o: Z^3 \rightarrow Z \quad (4.8)$$

Se notarán los elementos vectoriales de un conjunto en negrita, de forma que:

$$\forall(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \in Z^3 \quad \mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow o(\mathbf{p}) \leq o(\mathbf{q}) \quad (4.9)$$

El primer punto a desarrollar es definir el concepto de relación de orden vectorial para diferenciarlas de las relaciones de preorden.

Definición 4.1. Una relación de orden ' \leq ' en un conjunto X^n es una relación binaria que es:

- Reflexiva: $\mathbf{p} \leq \mathbf{p}, \forall \mathbf{p} \in X^n$. (4.10)

- Transitiva: $\mathbf{p} \leq \mathbf{q}$ y $\mathbf{q} \leq \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{p} \leq \mathbf{r}, \forall (\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r}) \in X^n$. (4.11)

- Antisimétrica: $\mathbf{p} \leq \mathbf{q}$ y $\mathbf{q} \leq \mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{q}, \forall (\mathbf{p}, \mathbf{q}) \in X^n$. (4.12)

Una relación binaria en el conjunto X que sólo sea reflexiva y transitiva no podrá conocerse como relación de orden, sino de preorden. Esta consideración será importante en

morfología matemática, pues la ausencia de la propiedad antisimétrica no asegura, en teoría, la unicidad de ínfimo y supremo del retículo completo.

A fin de evitar encontrar dos vectores diferentes con el mismo índice de orden será preferible el empleo de verdaderas relaciones de orden, frente a las de preorden. En las relaciones de orden, la función o es biyectiva. Nótese la diferencia entre una aplicación inyectiva (figura 4.17.a), suprayectiva (figura 4.17.b) o biyectiva (figura 4.17.c). Una relación biyectiva es aquella que es inyectiva y suprayectiva. Con ello, se asegura que todo elemento imagen se corresponde con un único elemento origen, es decir, que a cada píxel vectorial le corresponde un único índice de orden y viceversa.

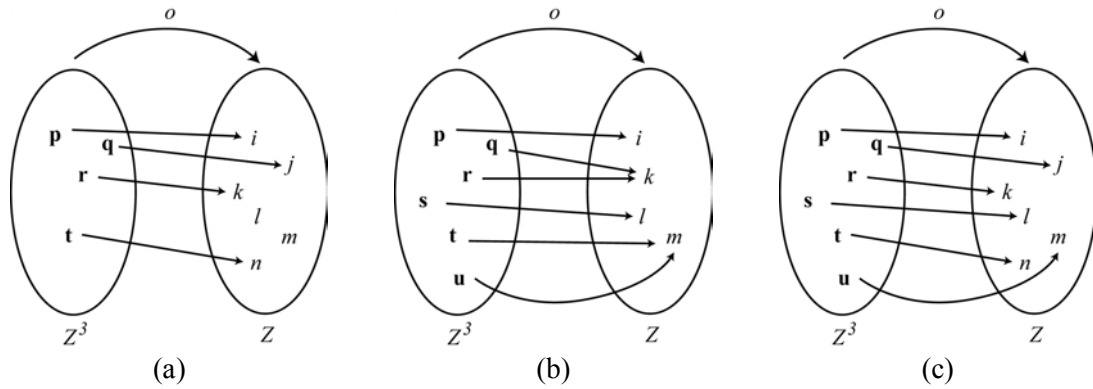


Figura 4.17. Relaciones de orden inyectiva, suprayectiva y biyectiva.

Si la función de orden definida es biyectiva se asegura la unicidad de ínfimo y supremo, pues existe la función inversa tal que:

$$\text{Ínfimo} = o^{-1}[\min(o(\mathbf{x}))] \quad \forall \mathbf{x} \in Z^3 \quad (4.13)$$

$$\text{Supremo} = o^{-1}[\max(o(\mathbf{x}))] \quad \forall \mathbf{x} \in Z^3 \quad (4.14)$$

Otra consideración a tener en cuenta en el momento de definir una relación de orden es determinar si ésta es total o parcial. Una relación de orden ' \leq ' en un conjunto X^n es total si dos vectores cualesquiera de X^n son siempre comparables:

$$\forall (\mathbf{p}, \mathbf{q}) \in X^n : \mathbf{p} \leq \mathbf{q}, \mathbf{q} \leq \mathbf{p}, \mathbf{p} = \mathbf{q} \quad (4.15)$$

En caso contrario el orden es parcial, definido como tal en el conjunto X^n si existen al menos dos vectores que no son comparables:

$$\exists (\mathbf{p}, \mathbf{q}) \in X^n \mid \text{ni } \mathbf{p} \leq \mathbf{q}, \text{ ni } \mathbf{q} \leq \mathbf{p} \quad (4.16)$$

La definición de operaciones morfológicas vectoriales debe amoldarse a los datos sobre los que operar: vectores. En morfología a color el elemento estructurante a emplear es plano, por lo que las operaciones básicas se limitan a minimizaciones (erosión) y maximizaciones

(dilatación) espaciales en función del orden o definido previamente. Notaremos la erosión vectorial como ε_v .

$$\varepsilon_{vY}(f)(x, y) = \min_{(s,t) \in Y} f(x + s, y + t) \quad (4.17)$$

La dilatación vectorial se identificará por δ_v y se definirá de forma dual a la erosión:

$$\delta_{vY}(f)(x, y) = \max_{(s,t) \in Y} f(x - s, y - t) \quad (4.18)$$

En el procesamiento de imágenes en color, la transformación del mapa base RGB a otro más tratable, como puede ser YIQ, L*a*b* o HSI, requiere la posterior recuperación a RGB. Las operaciones de conversión producen ya de por sí la alteración de la imagen original. En las investigaciones que aquí se presentan se ha empleado un esquema de procesamiento morfológico vectorial que realiza las operaciones directamente sobre RGB pero que emplea información de orden procedente de otros modelos o del propio espacio RGB. La figura 4.18 ilustra el método de procesamiento. Un esquema de actuación similar se discute en [Talbot, 1998], en donde una tabla indexada de índices mantiene ordenado en todo momento el conjunto de pixels cromáticos.

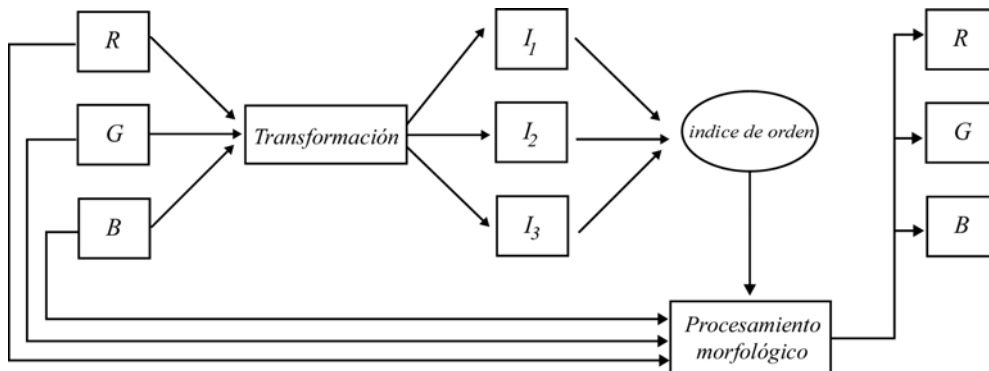


Figura 4.18. Esquema de procesamiento vectorial para morfología matemática en color.

4.4.2 Métodos de ordenación vectorial

A continuación, se analizarán diferentes estrategias de ordenación vectorial para procesamiento morfológico. En [Barnett, 1976] se definen estas estrategias. Cada una de ellas se caracterizará por ser definida como preorden, orden, total o parcial. En procesamiento cromático, como es el caso de los filtros de mediana, estas estrategias han sido empleadas con éxito [Pitas, 1991].

Orden por una componente

La ordenación vectorial mediante una componente es, quizás, la aproximación vectorial más sencilla. Consiste en ordenar vectores atendiendo al valor de una única componente, previamente definida como fuente del orden. El orden en este caso se reduce a una comparación

escalar. Se deduce que este tipo de relación no es antisimétrica, por lo que se definirá formalmente como un preorden o tal que:

$$\forall(\mathbf{p} = (x, y, z), \mathbf{q} = (x', y', z')) \in Z^3 \quad \mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow x \leq x' \quad (4.19)$$

donde x e x' se corresponden con la componente del vector elegida como escalar que define el índice de orden para el vector.

En teoría, los preordenes no garantizan la unicidad de ínfimo o supremo. Por la no biyectividad de la función de preorden o , la inversa de un índice de orden no es única. Por ejemplo, en el caso de procesamiento vectorial sobre una base cromática RGB y orden por componente R, los pixels $(234,12,18)$ y $(234,128,45)$ poseen el mismo índice de orden 234, cuando no son iguales. En la práctica, un criterio geométrico resuelve el problema de la unicidad de ínfimo y supremo. [Comer, 1998] elige como supremo, en una dilatación vectorial, aquel píxel más cercano al origen del elemento estructurante. El mismo criterio se sigue para encontrar el ínfimo de la erosión vectorial. En las investigaciones que aquí se presentan se emplea este mismo método, pues la alternativa, que es tomar el primer o el último máximo como supremo (en el caso de la dilatación) o el primer o último mínimo como ínfimo (en el caso de la erosión) provoca mayores movimientos de pixels en la imagen, totalmente innecesarios. Sólo en el caso en el que existan varios candidatos a ser mínimo local (erosión) o máximo local (dilatación), por estar a la misma distancia geométrica respecto al centro del elemento estructurante, se elige el primero que se seleccionó. El recorrido que se sigue en el estudio de la ventana de vecindad definida por el elemento estructurante se ilustra en la figura 4.19.

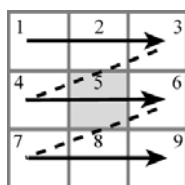


Figura 4.19. Recorrido dentro del elemento estructurante de tamaño 3x3.

Por la propia definición del preorden por un elemento, es deducible el privilegio de la componente que se elige como fuente de orden. Para el modelo de color RGB no parece clara la ventaja de una componente cromática frente a otra, salvo en imágenes o aplicaciones concretas que presenten un claro matiz identificador de los objetos. Cuando se emplea información de la base HSI, YIQ o $L^*a^*b^*$, si parece lógico el empleo de la componente que ofrece mejor definición de las escenas en la imagen, la intensidad o luminancia. En [Pei, 1991] se propone precisamente el empleo del mapa de luminancias como fuente de orden. Nótese la diferencia entre este método de procesamiento vectorial por una componente, respecto al método marginal presentado en [Lambert, 1999]. En procesamiento vectorial el píxel elegido como ínfimo o supremo (según el valor de luminancia) sustituye enteramente al valor presente bajo el origen del elemento estructurante. En procesamiento marginal sólo la luminancia mínima o máxima (erosión o dilatación) sustituye a la luminancia del centro del elemento estructurante. La figura

4.20 muestra la diferencia numérica entre ambos métodos. Para una sección de una imagen en color, representada en valores ISH de intensidad, saturación y distancia de matiz (figura 4.20.a) en la erosión, con elemento estructurante plano de tamaño 3x3, el método marginal sólo desplaza la intensidad del vector (x3,y3) al origen del elemento estructurante, pues sólo esta señal se está procesando (figura 4.20.b). Sin embargo, en la figura 4.20.c se observa como en la erosión vectorial el píxel (x3,y3) sustituye por completo al presente en la coordenada (x2,y2), (método vectorial).

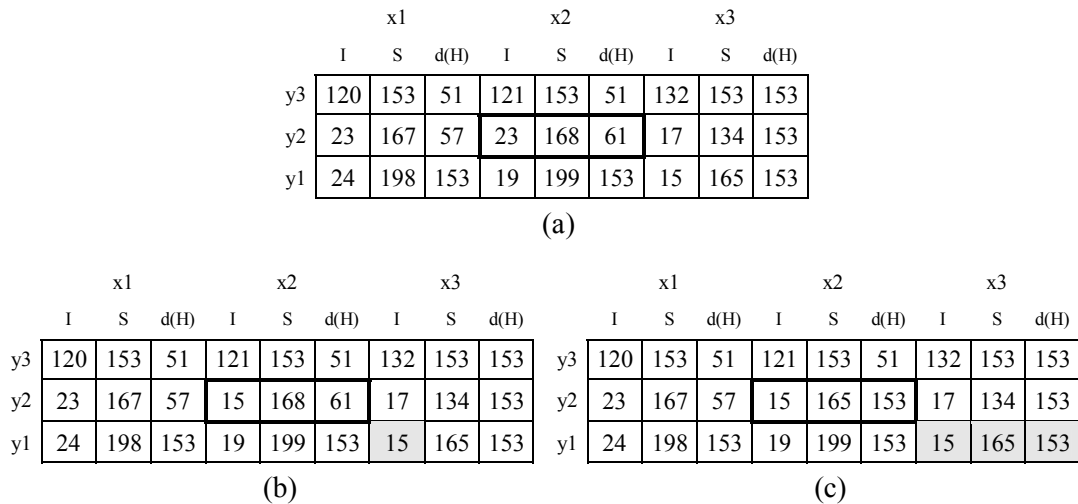


Figura 4.20. Estrategias de procesamiento morfológico marginal y vectorial, basadas en el uso de la componente de intensidad para una operación de erosión (a). Ventana 3x3 de pixels en representación I-S-d(H). (b) Aproximación marginal. (c) Aproximación vectorial.

A continuación, se ofrecen los resultados de procesamiento vectorial mediante preorden por una componente sobre la base RGB para la imagen original de ‘Globos’ (figura 4.11.a). El elemento estructurante empleado es plano y de tamaño 3x3. Se muestran las erosiones vectoriales mediante preorden por componente roja, verde y azul en las figuras 4.21.a, 4.21.b y 4.21.c, respectivamente. Visualmente, los resultados obtenidos son bastante similares, si bien se observan ciertas particularidades, como que, en el procesamiento por componente roja, las tonalidades verdosas afianzan su presencia en la imagen. Por el contrario, en procesamiento por componente verde son los elementos de matiz rojizo los que amplían su definición. Por último, en la erosión por matiz azul los objetos amarillos aumentan su tamaño. La explicación a este fenómeno es sencilla, pues por la dualidad de operadores básicos, la erosión de un elemento es equivalente a la dilatación del complementario. Los colores opuestos al rojo, verde y azul son el cyan, magenta y amarillo, respectivamente, que son los que realmente progresan en las erosiones anteriores. Los histogramas de luminancias de la figura 4.22 detallan como la erosión vectorial oscurece la imagen, sea cual sea la señal que gobierna la ordenación de pixels.

Tal y como se citó anteriormente, con el modelo de color RGB y en escenas visuales con multitud de cromaticidades, la elección de un determinado canal de color frente a otro es prácticamente aleatoria, pues los tres poseen la misma definición de la imagen original. Si en el análisis de componentes de color de la imagen no se observan privilegios de un primario sobre

otro es recomendable efectuar la operación morfológica sobre otra base cromática, por ejemplo YIQ, $L^*a^*b^*$ ó HSI, donde la luminancia o intensidad es el canal elegido como fuente de orden.



(a)

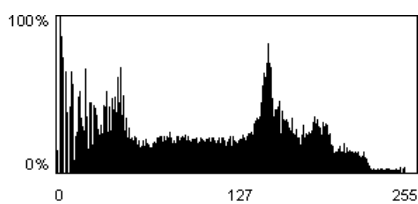


(b)

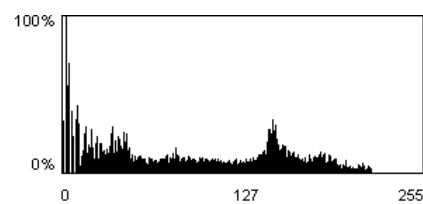


(c)

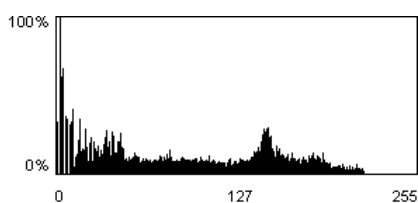
Figura 4.21. Erosión vectorial mediante preorden por una componente. (a) Erosión dirigida por canal R . (b) Erosión dirigida por canal G . (c) Erosión dirigida por canal B .



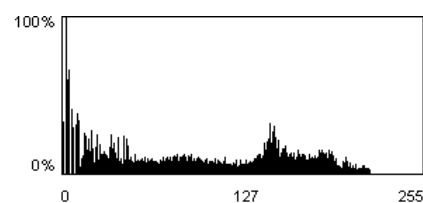
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.22. Histograma de intensidades luminosas para: imagen original (a) e imágenes erosionadas por componente roja (b), verde (c) y azul (d).

El resultado de la erosión vectorial sobre HSI mediante preorden con componente de intensidad o_1 se visualiza en la figura 4.23. El histograma de intensidades luminosas de la imagen erosionada no varía significativamente de los presentes en la figura 4.24.



(a)

Figura 4.23. Procesamiento morfológico por preorden de intensidad. Imagen erosionada.

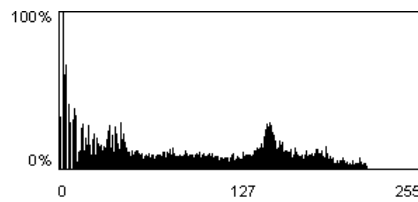


Figura 4.24. Histograma de intensidad luminosa para la imagen erosionada con preorden de intensidad.

En la figura 4.25 se ilustra en detalle el proceso de erosión vectorial de la imagen original, con preorden de señal R , realizada bajo la definición de un elemento estructurante de tamaño 3×3 . En la operación de minimización espacial, hasta tres pixels, de los nueve presentes, llegan a ser seleccionados, provisionalmente, como mínimos (sombreado), finalmente se selecciona el último de ellos por ser el menor de todos (figura 4.25.a). En la dilatación (figura 4.25.b) se llegan a seleccionar dos máximos, siendo el último el mayor y el elegido.

	x1			x2			x3		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
y3	234	45	51	211	93	81	122	153	153
y2	233	45	57	224	68	61	117	134	153
y1	235	43	51	233	49	63	198	78	78

(a)

	x1			x2			x3		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
y3	234	45	51	211	93	81	122	153	153
y2	233	45	57	224	68	61	117	134	153
y1	235	43	51	233	49	63	198	78	78

(b)

Figura 4.25. Detalle de minimización vectorial (a) y maximización vectorial (b) para preorden o_R .

A continuación y como un estudio novedoso de esta Tesis Doctoral, se procede a realizar un estudio sobre el éxito de las comparaciones en los retículos, por el operador morfológico (tabla 4.2). El porcentaje (%) de ínfimos seleccionados por número de

comparaciones, para tamaños crecientes de elementos estructurantes, en la erosión vectorial (tabla 4.2.a) presenta un comportamiento similar para las cuatro señales. Se trata de detectar cuantos pixels bajo el elemento estructurante pudieron ser seleccionados como candidatos a ser mínimo o máximo local, en la erosión vectorial o dilatación vectorial, respectivamente. Los resultados para la dilatación se muestran en la tabla 4.2.b.

En el porcentaje de selección de nuevos ínfimos o supremos se reduce según aumenta el tamaño del elemento estructurante, ya que, en general, el retículo mayor no garantiza la selección de mejores cotas inferiores, pero si aumenta el número de comparaciones (figura 4.26.a). En la dilatación vectorial (figura 4.26.b), el porcentaje de selección de nuevos supremos se inicia en un 30%, para ir disminuyendo, según el tamaño del elemento estructurante. Se puede observar como la información de orden presente en los canales RGB o la información de intensidad, en una imagen con múltiples cromaticidades, tiene un comportamiento bastante similar, con lo que la elección de un preorden frente a otro es, a priori, arbitraria.

EE	R	G	B	I
3X3	27,8	26,9	27,3	27,5
5X5	21,9	21,5	20,8	21,9
7X7	19,6	19,4	18,6	19,7
9X9	18,2	18,2	17,3	18,4

(a)

EE	R	G	B	I
3X3	30,9	30,7	29,6	30,8
5X5	25,0	24,9	23,4	24,9
7X7	22,4	22,4	20,8	22,3
9X9	20,9	21,0	19,2	19,5

(b)

Tabla 4.2. Porcentajes (%) de selección de mejores cotas inferiores (a) en erosión vectorial y mejores cotas superiores (b) en dilatación vectorial, para retículos definidos por EE crecientes.

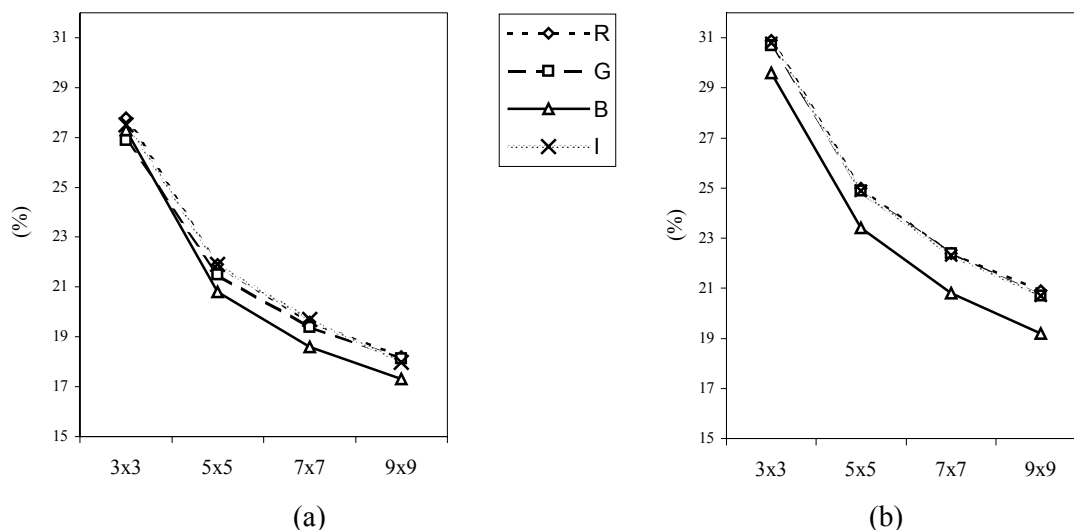


Figura 4.26. Evolución de los porcentajes de nuevos ínfimos (a) y supremos (b) seleccionados, por tamaño creciente de elemento estructurante empleado en el preorden de R, G, B e I.

Preorden por distancia de matiz

En esta Tesis Doctoral se emplea la ordenación del matiz definida por Hanbury y Serra en [Hanbury, 2001a] para crear un preorden en base a la distancia angular con el matiz de referencia. Se realiza, seguidamente, un estudio sobre la erosión y dilatación vectorial de una imagen sintética por preorden de matiz (distancia de matiz). La representación en modulo 2π permite el establecimiento manual de ínfimos en el dominio del matiz. Se observa en la figura 4.27 la imagen sintética original a procesar vectorialmente.

Las figuras 4.28.a, 4.28.b y 4.28.c muestran el establecimiento manual de ínfimos en el círculo de matices en 30° , 135° y 225° , respectivamente. El cambio de los ínfimos modifica la función de distancia de matiz, fuente del preorden, tal y como puede observarse en las figuras 4.29.a, 4.29.b y 4.29.c.

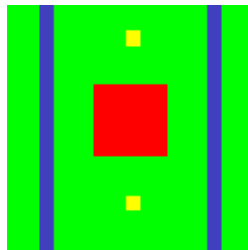


Figura 4.27. Imagen sintética.

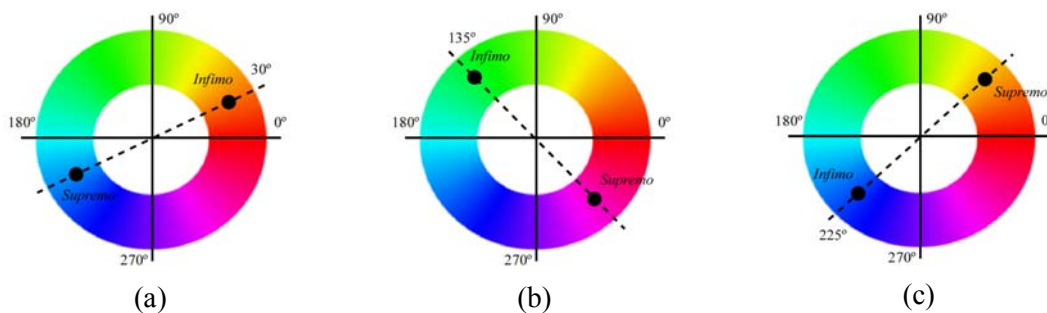


Figura 4.28. Círculos matiz con diferente ínfimo. (a) Matiz de referencia en 30° . (b) Matiz de referencia en 135° . (c) Matiz de referencia en 225° .

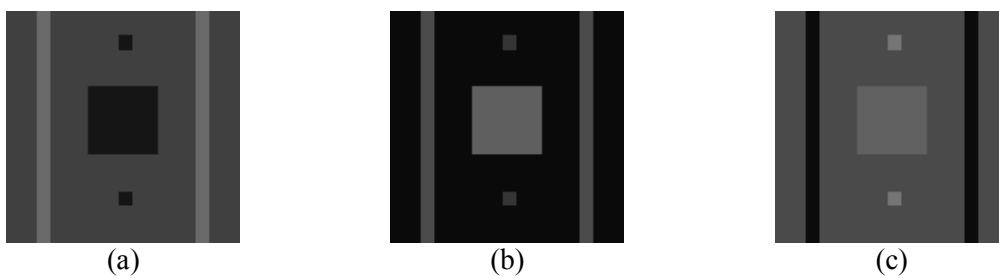


Figura 4.29. Mapa de distancias de matiz con respecto a matiz de referencia situado en 30° (a), 135° (b) y 225° (c).

La operación morfológica efectuada con elemento estructurante plano y de tamaño 9x9 (EE 9x9) sobre la representación RGB y con información de preorden de distancia de matiz varía en función de la modificación experimentada por los mapas de distancias, así, en la figura 4.30.a, la erosión vectorial provoca el aumento de definición de los objetos de matiz amarillo y matiz rojo, pues su distancia a 30° (ínfimo) es menor que la que presenta el objeto de matiz verde. La distancia de matiz del objeto verde es menor que la del objeto azul, por lo que éste último es erosionado, de tal suerte que desaparece. La selección del ínfimo en 135° (matiz verde) produce, en la erosión, la misma desaparición del objeto azul, ya que presenta una distancia mayor que el verde. La distancia de matiz del rojo también es mayor que la presenta el verde y, en consecuencia, el objeto reduce su definición en la imagen. La reducción sufrida por los objetos amarillos (por el mismo motivo anterior) provoca su desaparición (figura 4.30.b). En la última erosión (figura 4.30.c) se ilustra como la selección del matiz azul, como matiz de referencia, logra la atenuación del objeto verde frente a los azules, la eliminación de los amarillos y la reducción del rojo.

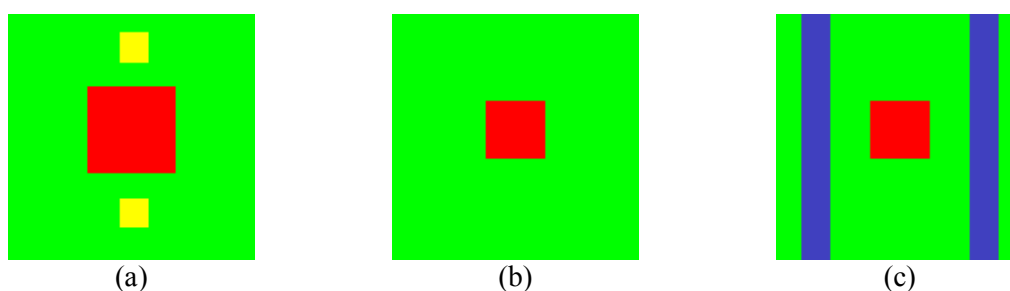


Figura 4.30. Erosión vectorial por preorden de distancia de matiz. (a) Erosión con matiz de referencia situado en 30°. (b) Erosión con matiz de referencia en 135°. (c) Erosión con matiz de referencia en 225°.

En la operación de dilatación se pretende la maximización (tendencia hacia el supremo) de las distancias presentes bajo el dominio de definición del elemento estructurante elegido, en este caso, una ventana de 9x9 pixels. En la figura 4.31.a, la tendencia hacia el supremo (un matiz azulado) hace que el objeto de similar matiz desplace al verde y éste, al rojo y amarillos, pues ambos están cercanos al ínfimo de 30°. La selección del ínfimo en 135° produce, en la dilatación, la atenuación del objeto verde por todos los demás (figura 4.31.b). Finalmente, en la figura 4.31.c se aprecia la desaparición del objeto azul al ser el seleccionado como matiz de referencia. El estudio sobre la selección de ínfimos y supremos reduce el porcentaje menos del 15%, ya que la imagen empleada en el experimento es totalmente sintética y presenta una alta homogeneidad de valores.

El procesamiento morfológico realizado con la información del mapa de distancias de matiz puede entenderse como un preorden por medida de distancia. Realmente se trabaja con una componente ya dada como distancia y ésta no se calcula, por lo que se ha preferido clasificar dentro de orden por una componente. A continuación se estudiarán detenidamente los preordenes por medida de distancia.

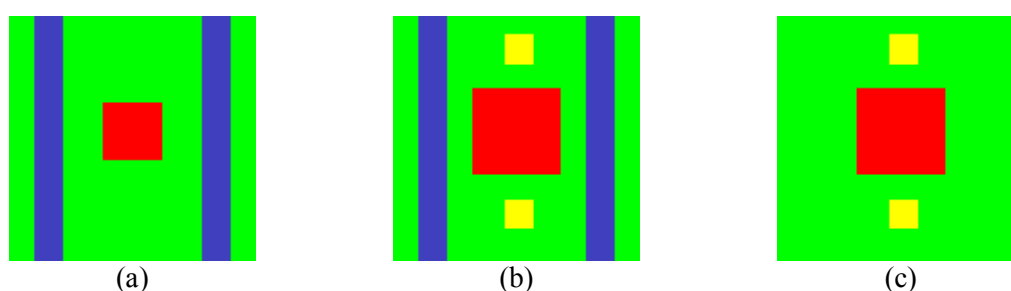


Figura 4.31. Dilatación vectorial por preorden de distancia de matiz. (a) Dilatación con matiz de referencia situado en 30° . (b) Dilatación con matiz de referencia en 135° . (c) Dilatación con matiz de referencia en 225° .

Orden por medida de distancia

Este método de orden se basa en el cálculo de una distancia a un píxel de referencia, previamente definido. En la mayoría de los casos el píxel de referencia es la coordenada de color negro, $(0,0,0)$ en RGB. [Comer, 1998] emplea la norma euclídea como método de ordenación de píxels sobre la base RGB, de esta manera:

$$\mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow \sqrt{p(R)^2 + p(G)^2 + p(B)^2} \leq \sqrt{q(R)^2 + q(G)^2 + q(B)^2} \quad (4.20)$$

El método de la distancia es un preorden, pues es evidente que la reducción a un escalar por medida de distancia (euclídea, por ejemplo) no produce escalares únicos por cada vector. La figura 4.32 refleja esta circunstancia. En el modelo RGB, la flecha de igual color que parte del origen hacia diferentes coordenadas representa una medida idéntica de distancia (figura 4.32.a). En el modelo $L^*a^*b^*$ existe una medida de distancia definida, respecto al origen $L=0$, $a=0$ y $b=0$, como $\Delta E = \sqrt{L^{*2} + a^{*2} + b^{*2}}$ y que es muy utilizada, por otra parte, en evaluación de la calidad de la reproducción en color, o en técnicas de compresión de imágenes en color [Deknuydt, 1992], [Tremeau, 1998]. En la figura 4.32.b se observa como esta distancia ΔE es la misma para cuatro puntos diferentes del espacio $L^*a^*b^*$.

Los valores de las distancias anteriores, respecto a una misma codificación RGB, son diferentes, pues poseen diferente naturaleza. En la figura 4.33.a se muestra una ventana de tamaño 3×3 de una zona de la imagen de 'Lenna'. A partir de la codificación RGB se han calculado las distancias, euclídea (figura 4.33.b), sobre la misma base RGB y ΔE (figura 4.33.c), sobre la representación $L^*a^*b^*$. Se ilustra, en sombreado, que la erosión que emplea como fuente de preorden el valor de la distancia euclídea de RGB elige, finalmente como mínimo local, el píxel de coordenada (x_2, y_1) , descartando el (x_2, y_3) , que había sido seleccionado previamente. En la erosión con preorden de ΔE se selecciona como mínimo local el píxel (x_2, y_3) , pues, aunque existen dos mínimos más, el criterio es elegir el que geoméricamente está más cerca del origen del elemento estructurante y en caso de duda, el primero seleccionado como mínimo. El resultado de la erosión es diferente.

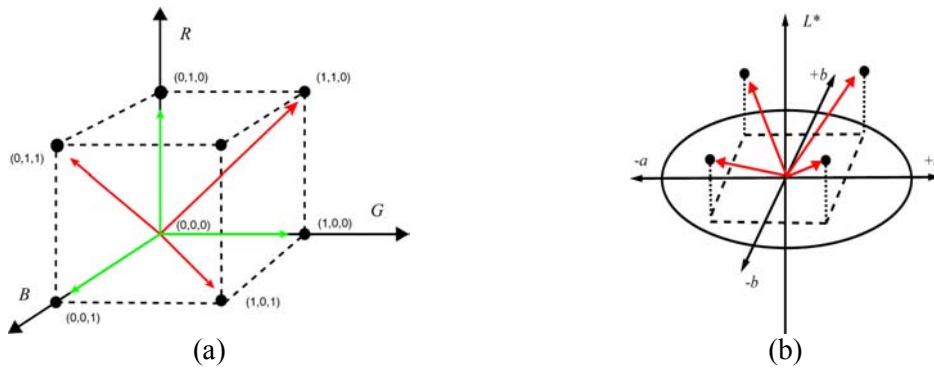


Figura 4.32. Medida de distancia para espacios de color RGB (a) y $L^*a^*b^*$ (b).

	x1			x2			x3		
	R	G	B	R	G	B	R	G	B
y3	171	131	178	171	131	167	175	175	200
y2	171	161	168	181	166	200	182	166	200
y1	171	132	167	171	133	161	183	165	188

(a)

	x1	x2	x3
y3	63	61	72
y2	64	71	71
y1	62	60	70

(b)

	x1	x2	x3
y3	67	65	75
y2	68	74	74
y1	65	65	72

(c)

Figura 4.33. Valores de distancia para un detalle de la imagen ‘Lenna’. (a) Ventana 3x3. (b) Distancia euclídea sobre RGB. (c) Distancia ΔE sobre $L^*a^*b^*$.

Un ejemplo de procesamiento vectorial mediante preorden por medida de distancia se muestra en la siguiente figura. Se ofrece en la figura 4.34.a el resultado de la erosión vectorial realizada a la imagen ‘Lenna’ por un elemento estructurante de tamaño 3x3, empleando la información de preorden ofrecida por la distancia euclídea sobre la base RGB. En figura 4.34.b se presenta la imagen erosionada por valor de distancia de color ΔE del espacio $L^*a^*b^*$. El índice de orden asignado a cada píxel varía según sea la distancia empleada. Las diferencias en los valores de distancia producen las desigualdades reflejadas en la imagen diferencia de erosiones (figura 4.34.c).

Cuando se pretende extender el método de la distancia a otros modelos de color hay que tener en cuenta la particularidad de cada espacio cromático. En las investigaciones llevadas a cabo por este autor y culminadas en esta Tesis Doctoral se ha extendido el preorden por distancia de matiz al espacio HLS, publicado en [Ortiz, 2001a]. En este modelo hay que considerar que la componente de matiz es una medida de ángulo cromático, por lo que no debe sumarse a los elementos de saturación e intensidad en norma euclídea si se desea satisfacer la desigualdad triangular. El empleo de otras funciones de distancias para la extensión de la morfología a imágenes en color se detalla ampliamente en [Vertan, 1996].

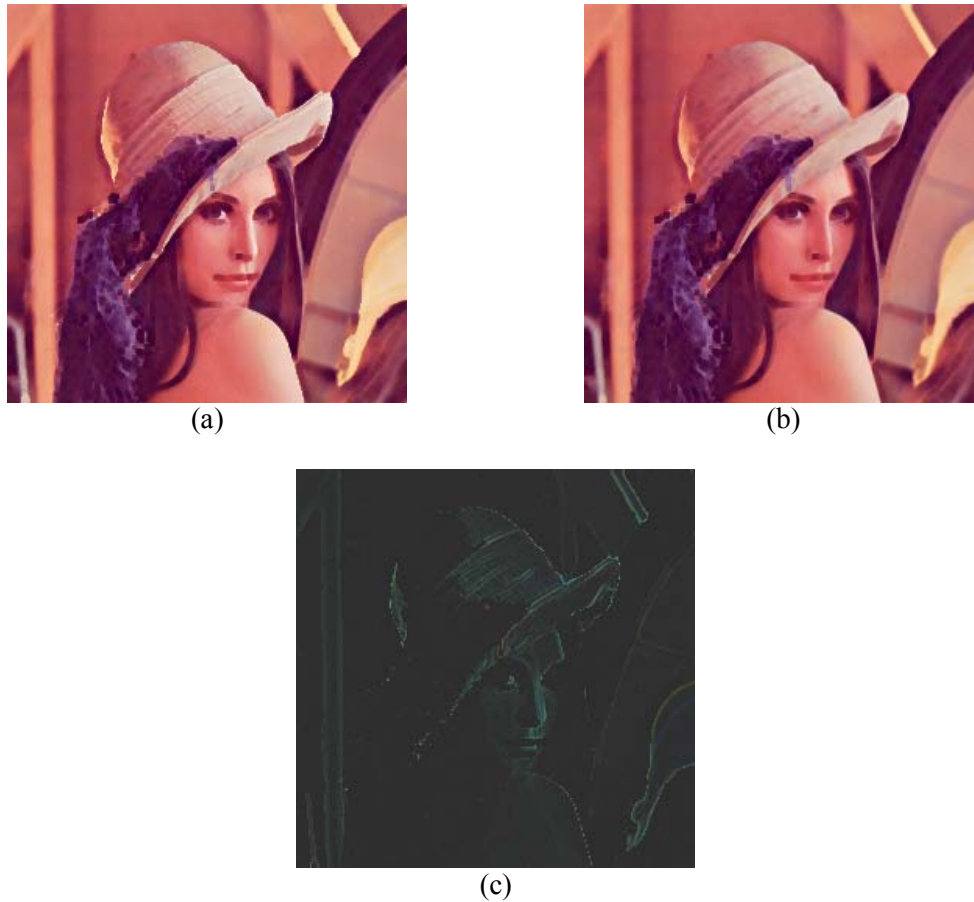


Figura 4.34. Erosión vectorial por medida de distancia sobre modelo RGB (a) y sobre la base $L^*a^*b^*$ (b). (c) Imagen diferencia entre erosiones vectoriales.

Orden canónico

En la estructura canónica, dos vectores \mathbf{p} y $\mathbf{q} \in \mathbb{Z}^n$ son ordenados empleando la siguiente comparación:

$$\mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow p(i) \leq q(i) \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad (4.21)$$

en imágenes $n=3$. Notar que el orden inducido por la comparación es parcial, por ejemplo, los vectores (1,2,3) y (3,2,1) no son comparables en la estructura canónica.

En [Serra, 1993] y [Gu, 1995] se ofrece la definición y una aplicación concreta de la estructura de orden canónico para el filtrado morfológico de imágenes multispectrales. Es evidente que el método canónico es muy rígido, pues exige que todas las componentes de un vector sean *menores que* o *mayores que* otro vector. En la figura 4.35 se ilustra el concepto de orden canónico para un espacio vectorial bidimensional. Un vector de referencia posee valor 'x' en su primer elemento y valor 'y' en el segundo. Sólo los vectores con componentes primera y segunda mayores al valor de 'x' e 'y', respectivamente, serán mayores que el vector de referencia (puntos en negro). Asimismo, los vectores cuyas componentes posean un valor menor o igual a 'x' e 'y' serán vectores menores o iguales al vector de referencia (puntos grises). Se

observa como existe una parte del espacio en donde el orden es indeterminado. Esa zona se corresponderá con los vectores no comparables con el vector de referencia (orden parcial).

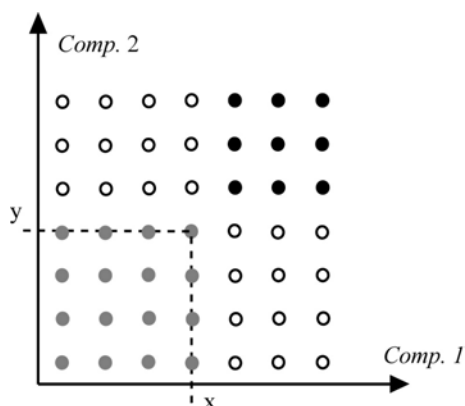


Figura 4.35. Estructura de orden canónica para vectores bidimensionales. Ambigüedad para determinadas coordenadas espaciales

La rigidez del retículo canónico se refleja en el procesamiento morfológico. Sólo los vectores con todas sus componentes *menores que* o *mayores que* serán seleccionados como ínfimos o supremos, respectivamente, en el retículo correspondiente. Un detalle en la definición del orden canónico permite observar que, cuando sólo se realiza la comparación de un elemento del vector, el método se corresponde con la ordenación por una componente, por lo que se puede afirmar que la ordenación por una componente es un caso particular de la ordenación canónica. Un orden híbrido entre ambos métodos es aquel que no considera todas las componentes. En el caso de vectores tridimensionales (RGB, HSI,...) el método híbrido selecciona solamente dos elementos para realizar la comparación. El número de los elementos a comparar entre vectores aumentará la rigidez del orden y provocará, en la práctica, menos selecciones de nuevos ínfimos (erosión) o supremos (dilatación) bajo la definición del elemento estructurante.

Como aportación de esta Tesis Doctoral se ha realizado un estudio comparativo de la erosión vectorial de una imagen cromática efectuada con un elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño creciente 3x3, 5x5, 7x7 y 9x9. El orden vectorial se determina, por la norma canónica, empleando los modelos RGB y HSI. En el primer ejemplo de procesamiento se muestran los resultados para el modelo RGB. La figura 4.36.a ilustra la erosión vectorial por norma canónica de una componente (preorden). Se emplea el canal R como única fuente de orden. En la figura 4.36.b se presenta la erosión vectorial con ordenación canónica completa (canales R, G y B). En este caso no hay diferencias visuales significativas. Estas diferencias si se reflejan en el porcentaje de selección de ínfimos (erosión). La tabla 4.3 resume estos porcentajes para los cuatro tamaños de elementos estructurantes definidos anteriormente y para los órdenes canónicos R, RG y RGB. La grafica de la figura 4.37 visualiza la evolución de los datos. El orden más flexible es el que emplea una única componente, o_R , mientras que el más rígido es el que utiliza tres señales (o_{RGB}).



Figura 4.36. Erosión vectorial realizada con información de preorden de señal R (a) y orden canónico de señales RGB (b).

EE	RGB	RG	R
3X3	22,9	25,0	31,1
5X5	17,5	19,3	24,9
7X7	15,9	17,5	22,8
9X9	15,0	16,4	21,6

Tabla 4.3. Porcentajes (%) de selección de la mejor cota inferior en la erosiones vectoriales mediante ordenación canónica de señales R, RG y RGB.

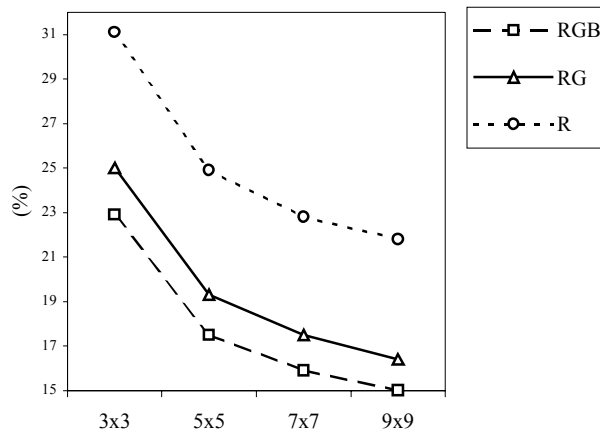


Figura 4.37. Evolución de porcentajes (%) de nuevos ínfimos seleccionados en erosión vectorial canónica R, RG y RGB.

De las investigaciones realizadas se deduce que cuando se emplea el modelo HSI como base de procesamiento se potencian las diferencias visuales entre la ordenación por una componente y la norma canónica. La erosión de la imagen de 'Colour beans' por elemento estructurante 3x3 y ordenación por intensidad o_1 ofrece unos resultados visuales bastante aceptables (figura 4.38.a). La señal se ha erosionado conforme a la intuición (oscurecimiento de la imagen). La erosión por ordenación canónica o_{HSI} ofrece una imagen resultado diferente, que alberga claras discontinuidades (figura 4.38.b). Esto es debido a que, si bien la ordenación

canónica reduce el número de ínfimos seleccionados, (14,4% para EE=3x3), los que sí son elegidos son más dispares que el vector de referencia (origen del elemento estructurante). En la tabla 4.4 se resumen los datos del experimento. La diferencia en porcentajes del número de ínfimos calculados en este modelo es bastante significativa. La evolución de datos se presenta en la grafica de la figura 4.39. Según aumenta el tamaño del elemento estructurante disminuye la detección de mejores cotas inferiores.



Figura 4.38. Erosión vectorial mediante orden canónico de señal I (preorden por una componente) y orden canónico de señales HSI.

EE	HSI	IS	I
3X3	14,4	16,8	30,6
5X5	13,6	15,4	24,1
7X7	13,3	14,9	21,9
9X9	13,0	14,5	20,4

Tabla 4.4. Porcentajes (%) de selección de la mejor cota inferior en la erosiones vectoriales mediante ordenación canónica de señales I, IS y HIS.

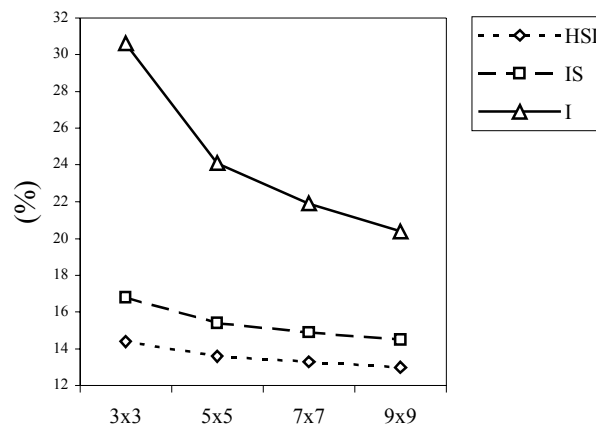


Figura 4.39. Evolución de porcentajes (%) de nuevos ínfimos seleccionados en erosión vectorial canónica I, IS y HSI.

Estrategias de orden lexicográfico

El orden lexicográfico se conoce también como de diccionario [Chanussot, 1998b], [Talbot, 1998] y se basa en la asignación de prioridades a los elementos del vector para que unos posean más peso o importancia que otros, en el momento de definir el orden. El proceso es el siguiente: el orden se determina con la componente de mayor prioridad, si los valores son iguales se pasa a comparar la siguiente componente y así sucesivamente. El orden lexicográfico es un orden total, de forma que todos los vectores son comparables. En la figura 4.40 se ilustra el concepto de orden lexicográfico para un espacio vectorial bidimensional. Según sea elegida una u otra componente como la de mayor prioridad, el orden lexicográfico resultante es diferente. En la figura 4.40.a se observa como el primer elemento es el prioritario y todos los vectores cuya primera componente sea mayor que 'x' serán mayores que el vector de referencia. Sólo en el caso en el que el primer elemento tenga el mismo valor se estudia la segunda componente, que determina el orden para un número más reducido de ocasiones. Los puntos grises identifican el espacio *menor que*, mientras que los puntos negros agrupan el espacio *mayor que*. En la figura 4.40.b se ilustra el espacio de orden descrito cuando cambia la prioridad en las componentes del vector. Ahora, todos aquellos vectores con valor en el segundo elemento menor que 'y' son menores que el vector de referencia (puntos grises). En el caso que el valor de este elemento sea igual a 'y' se identifica con el valor de la primera componente la zona que resta por determinar que, al igual que el caso anterior ya es muy reducida.

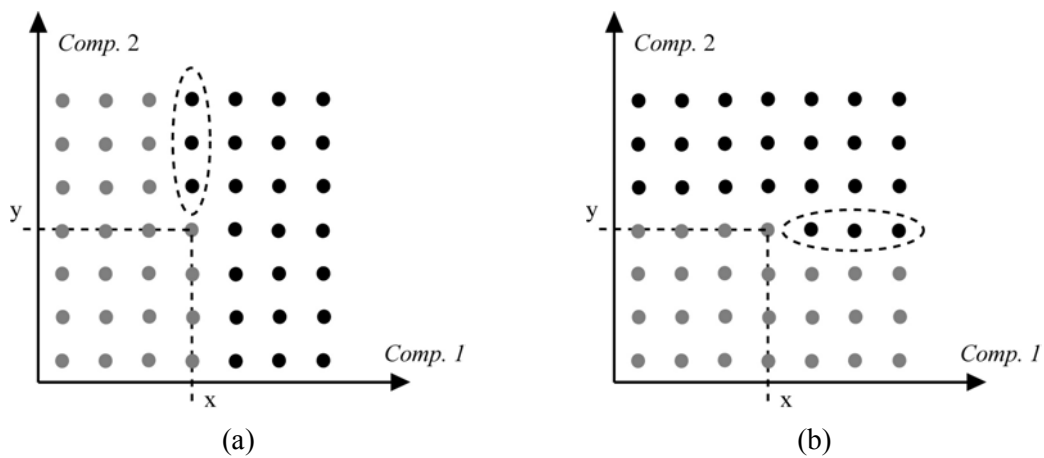


Figura 4.40. Diferencias en la ordenación lexicográfica al variar la prioridad de las componentes que forman el vector. (a) Prioridad en primera componente. (b) Prioridad en segunda componente.

Para vectores de tres componentes, el orden lexicográfico puede definirse formalmente tal como se muestra a continuación:

$$\mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Si } p(1) < q(1) \\ \text{Sino } \text{Si } p(1) = p(1) \text{ y } p(2) < q(2) \\ \text{Sino } \text{Si } p(1) = q(1) \text{ y } p(2) = q(2) \text{ y } p(3) \leq q(3) \end{cases} \quad (4.22)$$

donde $p(1)$ se corresponde con la componente del vector \mathbf{p} de mayor prioridad, $p(2)$ la componente de segunda prioridad y $p(3)$ el elemento de menor prioridad.

Es posible efectuar la reducción a un escalar del orden lexicográfico [Ortiz, 2000b]. Para valores de componentes en intervalo $[0,255]$ y codificación de 8 bits, se construye un número de orden de 24 bits, reflejándose la prioridad de las componentes en la posición que ocupan en el escalar:

$$o(\mathbf{p}) = \sum_{h=0}^7 2^h p(3)_h + \sum_{s=8}^{15} 2^s p(2)_{s-8} + \sum_{i=16}^{23} 2^i p(1)_{i-16} \quad (4.23)$$

El esquema de reducción presente en la figura 4.41 ilustra la formulación anterior del número de orden lexicográfico.

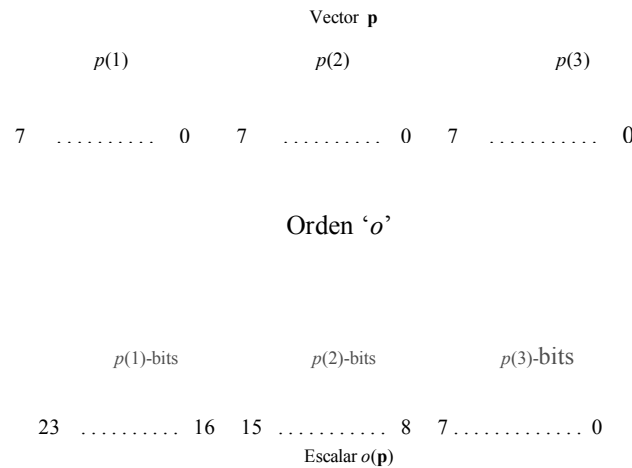


Figura 4.41. Esquema de reducción de orden lexicográfico para tres elementos.

Por la definición de orden lexicográfico, los elementos del vector no van a ser tratados todos por igual y, a priori, se puede deducir que este método de ordenación va a estar orientado a espacios de color cuyas componentes cromáticas poseen una diferente importancia visual para la percepción humana: HSI, HLS, HSV, LCH, $L^*a^*b^*$, YIQ, etc, [Iwanowski, 1999], [Ortiz, 2000a]. En estos modelos de color, la luminancia o intensidad es el atributo que mejor define los objetos y escenas en una imagen. Cabe pensar en este atributo como el elemento de mayor prioridad para el orden lexicográfico. Sin embargo, habrá ocasiones que el matiz o saturación sea un valor determinante en la identificación de objetos. En general y en imágenes reales, los operadores morfológicos basados en orden lexicográfico con intensidad, luminancia o valor en primera posición o prioridad, serán los adecuados para preservar los contornos de los objetos en la imagen. En situaciones en que los objetos de interés sean altamente coloreados y de elevada saturación, los operadores con matiz en primer lugar serán los idóneos para discriminar unos objetos de otros [Hanbury, 2001b]. Es importante recordar que será el valor de distancia de matiz, definido en el apartado 4.2, y no el matiz, el que establezca el orden en esos casos. En cualquier caso, el orden inducido en el método vectorial estará fuertemente influenciado por la componente prioritaria, pues ésta concentrará la decisión de orden en la

mayoría de ocasiones. En relación a las permutaciones posibles de los tres canales de información de la familia HSI, hasta seis combinaciones son posibles. Sin embargo, en las investigaciones realizadas [Ortiz, 2000a], dos permutaciones van a destacarse por su importancia frente al resto, en concreto:

- Retículo orientado a matiz, ($H \rightarrow I \rightarrow S$), claramente destinado a discriminar unos objetos de matiz determinado frente a otros.
- Retículo orientado a intensidad, ($I \rightarrow H \rightarrow S$), para aplicaciones de atenuación o aumentos de objetos según la intensidad luminosa que poseen.

Retículo orientado a matiz

A continuación, se presenta el resultado del procesamiento morfológico vectorial con ordenación lexicográfica liderada por matiz, seguida de luminancia y saturación ($H \rightarrow L \rightarrow S$) en HLS. Este tipo de procesamiento se ha definido anteriormente como aquel que mantiene un retículo orientado a matiz. La figura 4.42.a contiene la imagen cromática a estudio y su descomposición en mapa de distancia de matiz, respecto a uno de referencia situado en 0° (figura 4.42.b), en mapa de saturación (figura 4.42.c) y en canal de luminancia (figura 4.42.d).y En cuanto al mapa de distancias de matiz destacar como los objetos verdes (120°) y azules (240°) se encuentran alejados del matiz de referencia en 120° .

La erosión vectorial de la imagen original, empleando elemento estructurante de tamaño 9×9 y realizada con información de distancia de matiz (figura 4.43.a) es diferente de la implementada con información lexicográfica de distancia de matiz, luminancia y saturación (figura 4.43.b). Concretamente, en esta última aproximación, la información proporcionada por la saturación es vital para diferenciar los objetos verde y azul. La dilatación vectorial también producirá resultados diferentes entre el preorden (figura 4.43.c) y el método lexicográfico (figura 4.43.d). En la búsqueda del máximo local, la información de orden de saturación reduce la definición de los objetos azules en tal magnitud que desaparecen.

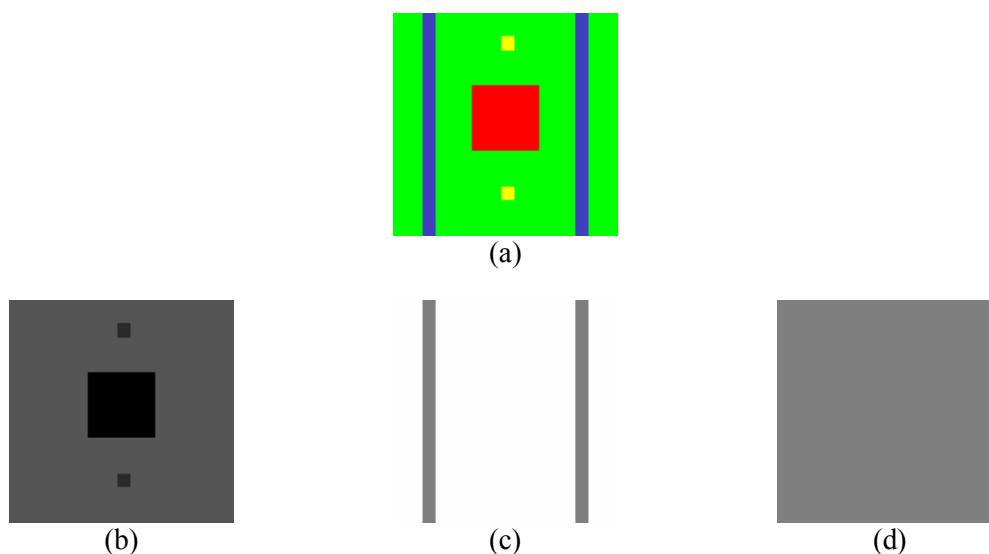


Figura 4.42. Imagen sintética (a) y mapas de distancia de matiz (b), saturación (c) y luminancia (d).

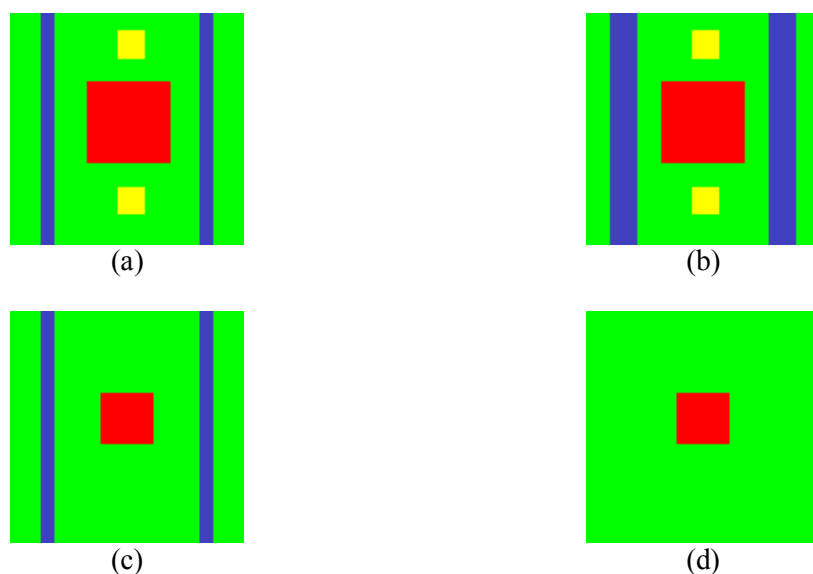


Figura 4.43. Procesamiento morfológico vectorial por preorden de distancia de matiz y orden lexicográfico. (a) Erosión y (c) dilatación por EE 9x9 con preorden de distancia de matiz. (b) Erosión y (d) dilatación por EE 9x9 con orden lexicográfico H→L→S.

Retículo orientado a intensidad, luminancia o valor

En este apartado se presenta el estudio del procesamiento vectorial realizado con ordenación lexicográfica orientada a intensidad que, al igual que el concepto de retículo orientado a intensidad, es una de las aportaciones de esta Tesis Doctoral. Se emplea la imagen cromática de ‘Globos’ y se realiza sobre ella una erosión vectorial con elemento estructurante 3x3. La figura 4.44 muestra las erosiones vectoriales con ordenación lexicográfica I→H→S, L→H→S y V→H→S, empleando los modelos de color HSI, HLS y HSV, respectivamente. Visualmente, los resultados son bastante similares, pues los tres modelos pertenecen a la misma familia de modelos orientados a usuario. En la tabla 4.5 se presenta la evolución en la utilización de señales (%) para las ordenaciones lexicográficas I→H→S, L→H→S y V→H→S, con tamaño creciente de elemento estructurante. Los resultados reflejan como la primera componente es empleada en la decisión del orden en más de un 90% de los casos, quedando el matiz por debajo del 5%. El uso de la saturación apenas supera el 1%. El comportamiento de los modelos HSI y HLS es bastante similar. El modelo HSV difiere ligeramente de los anteriores elevando el porcentaje de utilización del atributo V en la ordenación vectorial.

La gráfica de la figura 4.45 ilustra el ligero incremento de uso de la intensidad en la ordenación lexicográfica I→H→S al aumentar el tamaño del elemento estructurante. Con este aumento, las señales de matiz y saturación disminuyen su participación en el orden vectorial.

Es importante destacar que el software desarrollado por este autor para la morfología cromática permite encadenar, en el orden lexicográfico, hasta cuatro señales procedentes de diferentes espacios de color, lo que hace aún más flexible la opción de procesamiento. En las investigaciones aquí presentadas se utilizarán las tres señales de un mismo modelo de color.

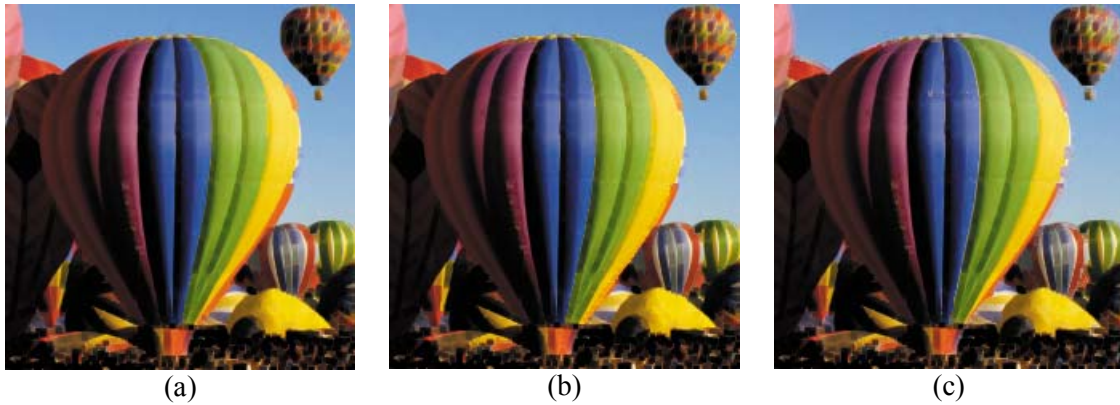


Figura 4.44. Erosión vectorial por EE 3x3, con orden lexicográfico I→H→S (a), L→H→S (b) y V→H→S (c).

EE	I	H	S
3x3	93,3	5,0	1,6
5x5	94,7	4,0	1,2
7x7	95,6	3,4	0,9
9x9	95,8	3,3	0,7

(a)

EE	L	H	S
3X3	93,3	5,0	1,5
5X5	94,5	4,3	1,1
7X7	95,1	3,9	0,9
9X9	95,7	3,5	0,6

(b)

EE	V	H	S
3X3	96,3	3,4	0,0
5X5	97,4	2,6	0,0
7X7	97,8	2,2	0,0
9X9	98,2	1,8	0,0

(c)

Tabla 4.5. Evolución del uso de mapas de color (%) en erosión vectorial con ordenación lexicográfica para diferentes tamaños de elementos estructurantes. (a) Ordenación lexicográfica I→H→S. (b) Ordenación lexicográfica L→H→S. (c) Ordenación lexicográfica V→H→S.

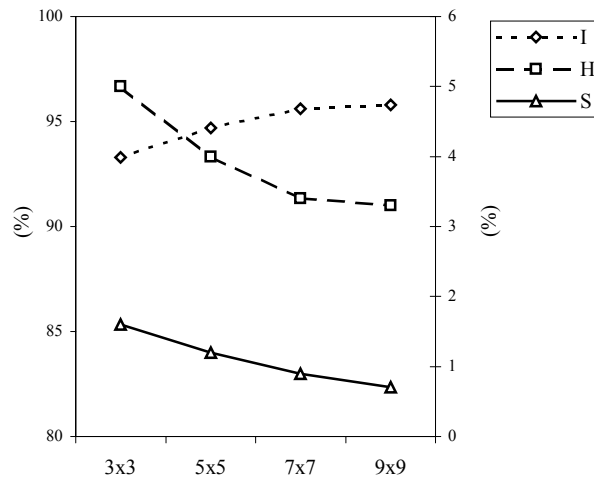


Figura 4.45. Evolución del uso de señales (%) en ordenación lexicográfica I→H→S para elementos estructurantes planos y cuadrados de tamaño 3x3, 5x5, 7x7 y 9x9. Intensidad en escala [0,100], matiz y saturación en escala [0,6]

El análisis de la dilatación vectorial lexicográfica proporciona unos resultados, en cuanto a porcentaje de utilización de señales, similares a los de la erosión. En la figura 4.46 se tienen las dilataciones vectoriales, por ordenación lexicográfica y con EE 3x3, de la imagen

original. Las imágenes procesadas con la información HSI, HLS y HSV, son, visualmente, muy análogas. En la tabla 4.6 se ofrece la evolución en la utilización de señales para las diferentes ordenaciones y tamaños de elementos estructurantes.

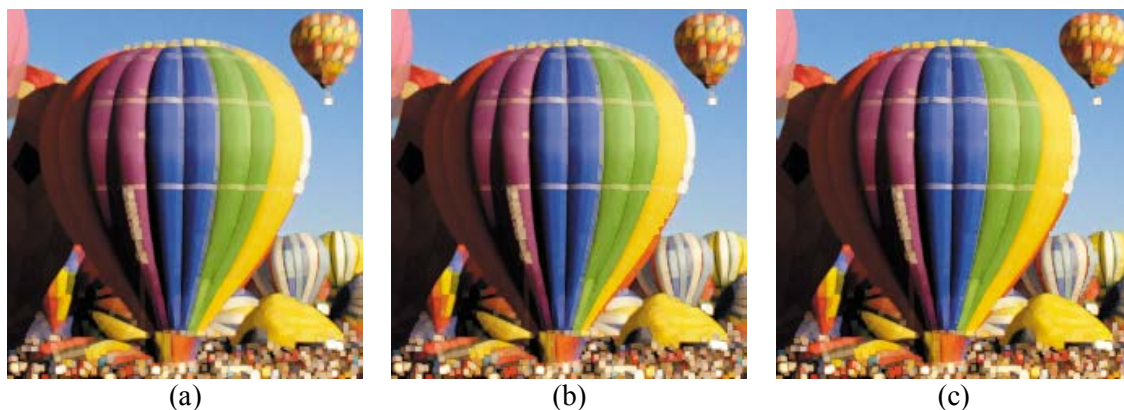


Figura 4.46. Dilatación vectorial por EE 3x3, con orden lexicográfico I→H→S (a), L→H→S (b) y V→H→S (c).

EE	I	H	S
3x3	92,7	5,4	1,7
5x5	94,0	4,5	1,5
7x7	94,7	3,9	1,3
9x9	95,1	3,7	1,4

(a)

EE	L	H	S
3X3	93,4	5,0	1,5
5X5	94,4	4,3	1,1
7X7	95,9	3,9	1,0
9X9	95,3	3,6	0,9

(b)

EE	V	H	S
3X3	95,9	3,9	0,0
5X5	96,4	3,5	0,0
7X7	96,7	3,2	0,0
9X9	96,7	3,2	0,0

(c)

Tabla 4.6. Evolución del uso de mapas de color (%) en dilatación vectorial con ordenación lexicográfica para diferentes tamaños de elementos estructurantes. (a) Ordenación lexicográfica I→H→S. (b) Ordenación lexicográfica L→H→S. (c) Ordenación lexicográfica V→H→S.

Definición de α -lex, un orden lexicográfico ponderado

En vista de los resultados, se propone una variación del orden lexicográfico que reduzca la alta dependencia que posee la primera componente en el establecimiento del orden. La definición del nuevo orden lexicográfico ponderado es una de las aportaciones principales de esta Tesis Doctoral y ha dado lugar a una publicación conjunta con el Centro de Morfología Matemática de la Escuela Nacional de Minas de Paris, [Ortiz, 2001b].

Con la ayuda de un factor de peso α , sumado al valor de la primera componente del modelo cromático elegido para el procesamiento, se logra que el método lexicográfico pueda evaluar en mayor proporción el segundo elemento. La definición del nuevo orden ponderado α -lex para diferentes permutaciones de señales es similar, sólo varía el orden de las componentes en la nueva estructura. Para dos pixels vectoriales \mathbf{p} y \mathbf{q} , y con prioridad de componentes en HSI I→H→S (retículo orientado a intensidad), se tiene un nuevo orden lexicográfico, α -lex:

$$\mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Si } (p(I) + \alpha) < q(I) \\ \text{Sino Si } p(I) \leq q(I) \text{ y } d(p(H), H_{ref}) < d(q(H), H_{ref}) \\ \text{Sino Si } p(I) \leq q(I) \text{ y } d(p(H), H_{ref}) = d(q(H), H_{ref}) \text{ y } p(S) \leq q(S) \end{cases} \quad (4.24)$$

de este modo, la segunda componente interviene en el orden en cuanto el factor de peso α produzca un aumento de la señal $p(I)$ por encima del valor de $q(I)$. En cualquier caso, siempre se exigirá que la señal original $p(I)$ sea menor o igual de $q(I)$. La segunda componente participará en la definición de orden en función del valor α . Con $\alpha=0$ se tiene un orden lexicográfico clásico. Cuando el valor de α aumenta, el intervalo de uso de la segunda componente se incrementa, reduciéndose, como es lógico, la participación de la primera señal. La figura 4.47 muestra el empleo del factor α en el orden de dos señales $p(I)$ y $q(I)$. Se observa como existen dos intervalos en los que $p(I) \leq (p(I) + \alpha) \leq q(I)$. Sólo en esos casos, el orden de los vectores \mathbf{p} y \mathbf{q} vendrá determinado por el elemento seleccionado con segunda prioridad.

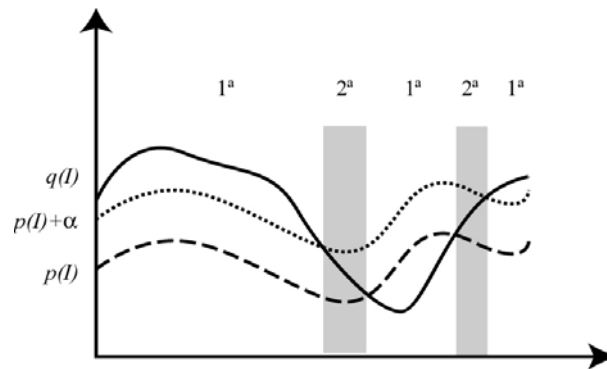


Figura 4.47. Establecimiento de orden por primera o segunda componente en ordenación lexicográfica α -lex con prioridad I→H→S para HSI.

Para mostrar la utilidad del nuevo orden lexicográfico, se presenta, seguidamente, el análisis de utilización de señales para la erosión y dilatación vectorial por elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3, mediante α -lex con prioridades I→H→S (retículo orientado a intensidad) y H→I→S (retículo orientado a matiz). Se ofrecerá el porcentaje de utilización de la primera, segunda y tercera componente del espacio de color HSI con factor creciente de peso α , en rango [0, 255]. Las figuras 4.48.a, 4.48.b y 4.48.c visualizan las erosiones vectoriales de la imagen ‘Parrots’ efectuadas con α -lex: I→H→S y $\alpha=10$, $\alpha=140$, $\alpha=255$, respectivamente.

La erosión con prioridad H→I→S invierte los resultados anteriores, pues para valores reducidos de α la distancia de matiz se mantiene con mayor uso frente a la intensidad. El aumento del factor de peso provoca el incremento de la utilización de la intensidad a la hora de ordenar los pixels, de esta forma, los resultados se asemejan a los obtenidos para I→H→S y α moderados. Las figuras 4.49.a, 4.49.b y 4.49.c ofrecen las erosiones vectoriales de la imagen ‘Parrots’ efectuadas con α -lex: I→H→S y $\alpha=10$, $\alpha=140$, $\alpha=255$, respectivamente.

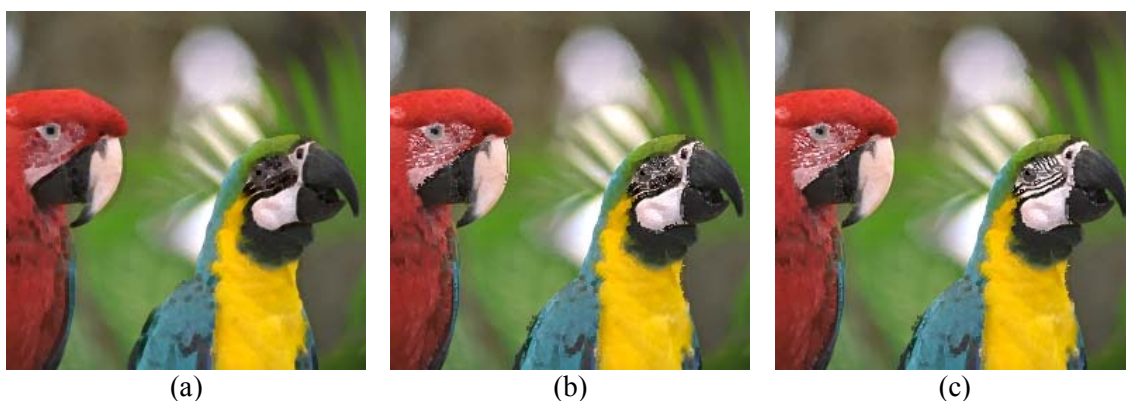


Figura 4.48. Erosión vectorial en base HSI mediante α -lex. Elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3. Prioridad I→H→S con $\alpha=10$ (a), $\alpha=140$ (b) y $\alpha=255$ (c).

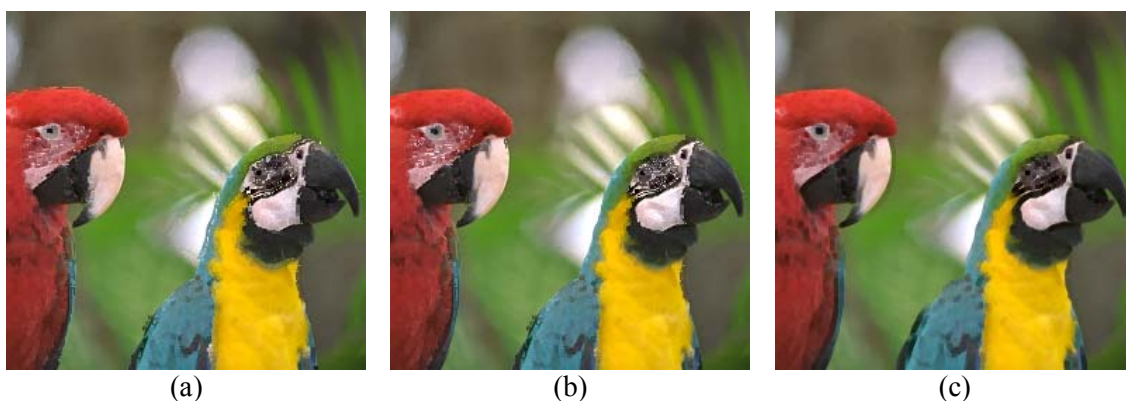


Figura 4.49. Erosión vectorial en base HSI mediante α -lex. Elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3. Prioridad H→I→S con $\alpha=10$ (a), $\alpha=140$ (b) y $\alpha=255$ (c).

En la figura 4.50 se presenta la evolución que siguen las señales empleadas en el orden lexicográfico, para la erosión y dilatación vectorial, cuando varía el factor de peso α desde 0 a 255. El primer gráfico (figura 4.50.a), muestra el progreso de las señales con prioridad I→H→S y $H_{Ref}=0^\circ$. Cuando el factor de peso α es nulo, la intensidad determina el orden de los pixels en un 93,4% de los casos, el matiz en un 4,9% y la saturación en un 1,7%. En las primeras 10 unidades de α se produce una fuerte atenuación del uso de la intensidad, pasando del 93,4% al 67,3%. Esto se debe a que, salvo en la discontinuidad de los bordes, el valor de este atributo acromático es muy similar para el conjunto de pixels presentes en el retículo completo. Cuando el factor α llega a 20 unidades la utilización de la intensidad desciende en menor magnitud hasta que α alcanza el valor de 120, en donde vuelve a acelerar su caída. Los resultados de la nueva ordenación lexicográfica y prioridad H→I→S ($H_{Ref}=0$) se presentan en la figura 4.50.b. Los valores evolucionan de forma más discreta que el caso anterior, pues el mapa de matices posee menor definición que el de intensidades. En los primeros valores de α se produce la mayor modificación de uso de señal. Inicialmente, el orden se determina con el matiz en el 75,4% de comparaciones, con la intensidad en un 22,9% y con la saturación en un 1,57%. Con $\alpha=20$ los

porcentajes varían de tal manera que prácticamente igualan el uso del matiz (50,7%) con la intensidad (45,01%). La dilatación vectorial no modifica considerablemente la utilización de las señales en α -lex I→H→S (figura 4.50.c) y α -lex H→I→S (4.50.d), respecto a la erosión. La evolución sigue mostrando como la primera componente descende su peso según aumenta el valor de α .

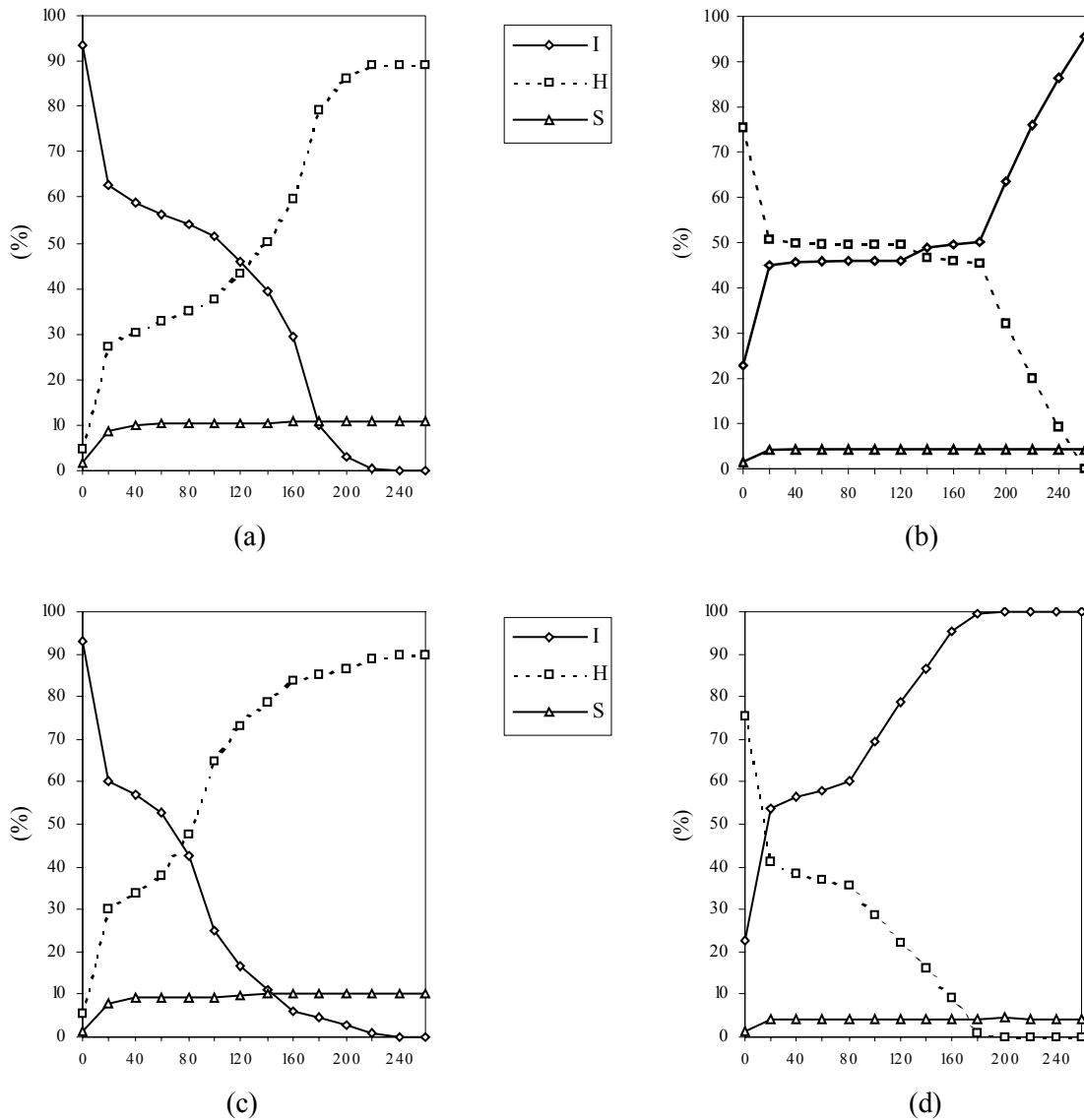


Figura 4.50. Evolución en la participación de señales I, S, H en el orden lexicográfico mediante la variación del factor peso de α en prioridad I→H→S (a) erosión, (c) dilatación, y prioridad H→I→S (b) erosión, (d) dilatación.

Se puede afirmar que el empleo del orden α -lex permite definir una ordenación lexicográfica pseudoautomática, pues el uso del factor α mantiene la decisión de orden en la primera componente si los pixels vectoriales están claramente diferenciados por el valor de la primera señal (a una distancia mayor que α definida por el usuario). En caso contrario, la segunda componente interviene para decidir la ordenación de los elementos del retículo.

Tratamiento del matiz indefinido en orden lexicográfico

Una de las principales aportaciones de esta Tesis Doctoral es el estudio y tratamiento de la situación en la que la señal del matiz es indefinida. Sea cual sea el método lexicográfico empleado en la ordenación vectorial, clásico o α -lex, un problema adicional surge en los modelos HSI, HLS o HSV con la señal de matiz. Si el concepto de distancia logra ordenar esta señal definiendo un ínfimo y un supremo, ¿qué ocurre con los pixels que carecen de saturación?, o lo que es lo mismo, ¿qué sucede con los pixels de matiz indefinido? La señal de matiz no puede emplearse en ningún caso para ordenar los elementos que poseen indefinición en esa señal. En el retículo, la presencia de al menos un píxel con saturación nula provoca que en éste los valores allí presentes sólo puedan ser comparados con la señal de intensidad (HSI), luminancia (HLS) o valor (HSV), [Ortiz, 2002b].

El empleo de la señal de matiz como fuente de orden en procesamiento vectorial exige el estudio o comprobación previa, en el retículo, de que todos los elementos pueden ser comparados. La prioridad de componentes en orden lexicográfico deberá modificarse cuando se detecte al menos un matiz indefinido en el conjunto de pixels del retículo a ordenar. En general, es posible definir un umbral de saturación que determine los pixels puramente cromáticos de los se encuentran muy cercanos a la escala de grises (de baja saturación y con matiz poco significativo). La figura 4.51 ilustra el umbral de saturaciones definido en un espacio de color HSI o HLS. El valor de S_{Um} delimita, con un cilindro en el interior del doble cono normalizado del modelo cromático, los pixels de matiz poco significativo y que, por lo tanto, no deben ser ordenados empleando esta señal. En [Demarty, 2000] se emplea una segmentación similar de los objetos empleando una función de umbral en el modelo HSV.

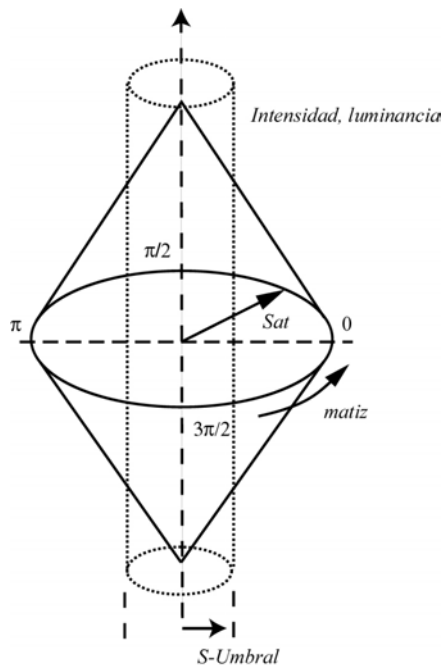


Figura 4.51. Espacio de color HSI/HSL. El umbral de saturaciones S_{Um} determina los pixels con matiz poco significativo. Los pixels con $S > S_{Um}$ poseen matiz significativo.

Cuando el valor de la saturación de un píxel perteneciente a un retículo sea menor o igual que el umbral S_{Um} la ordenación en toda la definición del retículo se modifica en el caso que ésta incluya la señal de matiz como fuente de orden. Para la ordenación lexicográfica α -lex en HSI y con las prioridades de componentes discutidas anteriormente, $I \rightarrow H \rightarrow S$ o $H \rightarrow I \rightarrow S$, el orden se modifica tal y como se muestra a continuación:

$$\forall L \in f, \text{ si } \exists \mathbf{p} \in L \mid p(S) \leq S_{Um} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{si } o_{\alpha\text{-lex}}(L) = I \rightarrow H \rightarrow S \\ o \\ \text{si } o_{\alpha\text{-lex}}(L) = H \rightarrow I \rightarrow S \end{array} \right\} \Rightarrow o_{\alpha\text{-lex}}(L) = I \rightarrow S \quad (4.25)$$

donde L es cualquier retículo completo en la imagen f y \mathbf{p} un píxel vectorial.

En imágenes puramente sintéticas no es necesario establecer un valor de S_{Um} para encontrar zonas de la imagen con matiz indefinido, pues todos los grises puros o el blanco y negro empleados, generalmente, como fondo en estas imágenes son colores de saturación nula, con matiz indefinido. Los retículos que interaccionan con estos elementos no pueden ser ordenados con esta señal. En la figura 4.52.a se presenta un imagen sintética de fondo blanco (matiz indefinido) sobre el que se tienen objetos opacos de máxima saturación y variado matiz. La erosión vectorial con elemento estructurante plano de tamaño 5x5 y ordenación lexicográfica $H \rightarrow I \rightarrow S$ ($H_{Ref}=0$) se muestra en la figura 4.52.b. Es importante destacar que los objetos cromáticos no pueden compararse mediante el matiz con el fondo de la imagen, por lo que en estos casos el orden lexicográfico original cambia a $I \rightarrow S$ (si la saturación es cero sólo se emplea la intensidad). En la erosión, los objetos cromáticos aumentan su definición, al poseer menor intensidad que el fondo de la imagen. La dilatación vectorial (figura 4.52.c) ofrece, visualmente, el efecto contrario que la erosión. En esta última operación, el objeto de matiz naranja aumenta su definición sobre el rojo, al tener mayor valor de distancia de matiz.

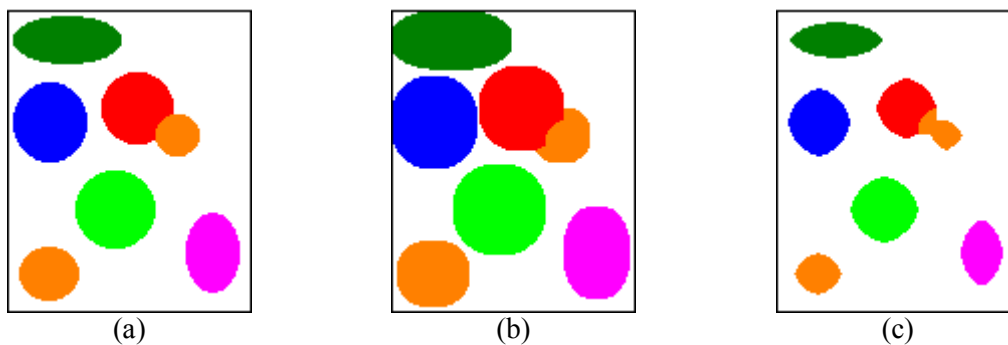


Figura 4.52. Procesamiento morfológico vectorial en base HSI con tratamiento de matiz indefinido. (a) Imagen original. (b) Erosión vectorial. (c) Dilatación vectorial.

La tabla 4.7 (a) ilustra el porcentaje de cambio de prioridad (%) por anulación de señal de matiz, del orden $H \rightarrow I \rightarrow S$ a el orden $I \rightarrow S$, para la imagen sintética anterior. En la erosión implementada con elemento estructurante 3x3 se realizan más de un 70% de cambios de ordenación, pues el fondo blanco predomina en la escena. Este porcentaje se reduce al 55,8% en

la erosión efectuada con elemento estructurante 9x9. En este caso los objetos cromáticos aumentan de forma considerable su definición en la imagen. Los cambios de orden se incrementan en la dilatación según aumenta el tamaño del elemento estructurante, pues los objetos cromáticos van atenuándose progresivamente.

El cambio del fondo claro en la imagen anterior a uno oscuro y totalmente acromático produce los resultados inversos para las mismas operaciones morfológicas (figura 4.53). Ahora, el fondo es ínfimo en escala de intensidades, lo que provoca, en la erosión, el aumento de su definición. En la dilatación ocurre lo contrario y los objetos cromáticos, al ser más intensos, ganan pixels al objeto negro. Los porcentajes de cambio de orden (tabla 4.7.b) en la erosión de la última imagen coinciden con los de la dilatación de la primera y viceversa.

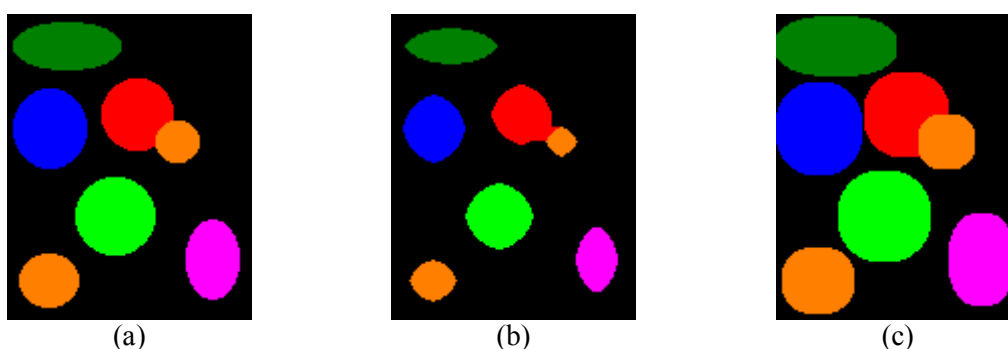


Figura 4.53. Procesamiento morfológico vectorial en base HSI con tratamiento de matiz indefinido. (a) Imagen original. (b) Erosión vectorial. (c) Dilatación vectorial.

EE	ϵ	δ
3X3	70,9	70,9
5X5	66,1	75,3
7X7	61,1	79,6
9X9	55,8	83,5

(a)

EE	ϵ	δ
3X3	70,9	70,9
5X5	75,3	66,1
7X7	79,6	61,1
9X9	83,5	55,8

(b)

Tabla 4.7. Porcentajes (%) de cambios de orden lexicográfico H→I→S a I→S, por matiz indefinido en el procesamiento de imagen clara de fondo claro (a) e imagen de fondo oscuro (b).

Se realiza el estudio para imágenes reales. En este tipo de imágenes la cantidad de matices indefinidos generalmente suele ser más reducida. Una baja o media calidad en la propia adquisición de la imagen por cámara CCD o escáner induce un residuo cromático en la escena capturada que, aunque escaso, está presente en los pixels de tonos blancos, negros y grises.

En las imágenes cromáticas empleadas en los experimentos e investigaciones de esta Tesis Doctoral, la cantidad de pixels indefinidos osciló entre un 5% y un 15%. Se presentan los resultados para la imagen cromática real que alberga mayor porcentaje de pixels con saturación nula, ‘Globos’, con un 15%. La figura 4.54 muestra la ilustración gráfica de la evolución del umbral de saturaciones S_{Um} (figuras 4.54.a, 4.54.b y 4.54.c) con valores 0, 20 y 50. Se presentan los mapas de distancias de matiz con respecto a 0° (rojo) y umbral $S_{Um}=0$ (figura 4.54.d),

$S_{Um}=20$ (figura 4.53.e) y $S_{Um}=50$ (figura 4.54.f). Las erosiones (EE 3x3) efectuadas con ordenación vectorial lexicográfica inicial H→I→S, considerando los umbrales anteriores, se ofrecen en las figuras 4.54.g, 4.54.h y 4.54.i. Los pixels marcados en blanco en el mapa de distancias de matiz provocan el cambio a orden lexicográfico I→S en todos los retículos de los que formen parte. El cambio de orden lexicográfico α -lex a I→S, por valor de S_{Um} , aumenta de forma logarítmica, tal y como puede observarse en la gráfica de la figura 4.55. Concretamente, con $S_{Um}=20$ el cambio de H→I→S a I→S asciende a un 48% por ciento respecto al 16,5% inicial. Cuando S_{Um} define un radio de 50 el porcentaje anterior se eleva al 67,8%. Nótese que esta variación en el orden α -lex es independiente de la operación morfológica efectuada, pues sólo depende de la indefinición de matices bajo la definición del elemento estructurante.

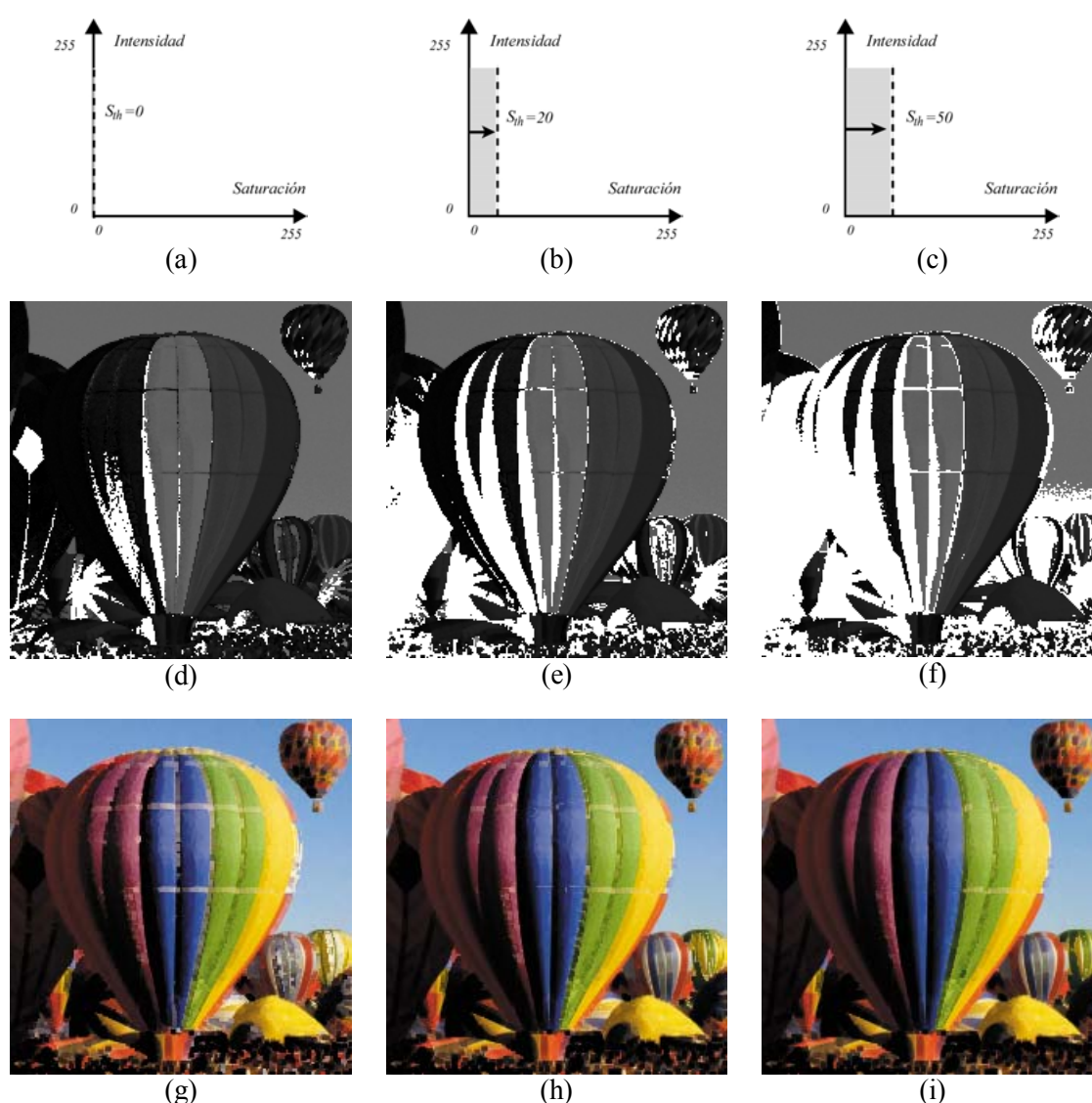


Figura 4.54. Erosiones vectoriales en base HSI con ordenación lexicográfica inicial H→I→S. Cambios de orden por valor de S_{Um} . Mapa de distancias de matiz con $S_{Um}=0$ (d), $S_{Um}=20$ (e) y $S_{Um}=50$ (f). Erosión vectorial para $S_{Um}=0$ (g), $S_{Um}=20$ (h) y $S_{Um}=50$ (i).

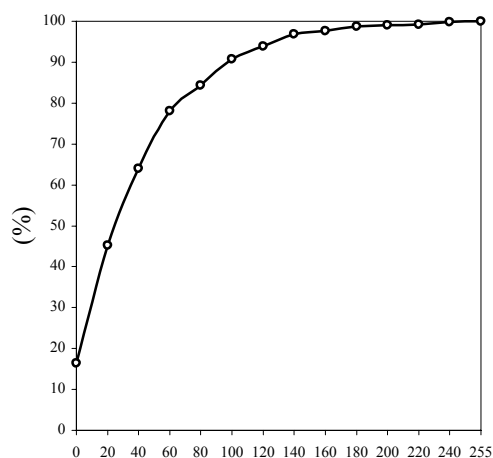


Figura 4.55. Evolución de cambios de orden lexicográfico H→I→S a I→S en erosión vectorial (EE 3x3) por valor de distancia radial S_{Um} , para la imagen cromática ‘Globos’. Escala de saturación [0,255].

El empleo del orden lexicográfico permite tratar adecuadamente el problema del matiz indefinido. En orden canónico (orden parcial), una comprobación previa de saturaciones nulas en el retículo anula la señal de matiz como fuente de orden, por lo que en este caso tampoco surgen inconvenientes. El problema puede presentarse en el preorden por una componente, en el caso que fuese elegido el matiz como componente de orden.

Otro método de ordenación vectorial lexicográfica es el presentado en [Sartor, 2001]. Se compone un orden híbrido entre distancia y lexicográfico sobre base RGB. La primera componente del orden es una distancia euclídea respecto a un píxel de referencia. El resto de componentes son transformaciones lineales de los elementos R y G . En [Iwanowski, 1999] se define un orden lexicográfico *lgr-ordering* con componente lumínica *lum* procedente de diferentes transformaciones lineales de elementos R , G y B en primer lugar, seguida de los valores de R y G en segundo y tercer puesto, respectivamente.

Otras estrategias de ordenación vectorial

Los retículos condicionales, definidos por Serra [Serra, 1993], [Hanbury, 2001c] permiten extender y generalizar la noción de orden canónico, introduciendo prioridades entre los diferentes elementos del vector a comparar. De esta manera, es posible situar los retículos condicionales como un método intermedio entre el orden canónico rígido (totalmente simétrico) y un orden muy flexible, el orden lexicográfico (totalmente asimétrico). Sin embargo, estas relaciones de orden condicionales siguen siendo, al igual que el retículo canónico, relaciones de orden parciales, con la consecuente ambigüedad e indeterminación de orden para algunos vectores.

Se pueden encontrar en la bibliografía otros métodos de ordenación vectorial. En [Chanussot, 1998a] se propone la estrategia de ordenación vectorial por entrelazado de bits. Este método de ordenación tiende a tratar las diferentes componentes del píxel vectorial de la forma

más simétrica posible, evitando el inconveniente de no totalidad del orden canónico. El entrelazado de bits logra un orden total simétrico, codificando los bits de los elementos de tal manera que, apoyándose en la representación binaria de las señales (cada una de ellas representadas con 8 bits), se forma un escalar de 24 bits mezclando valores.

Para el espacio cromático RGB, el método por entrelazado de bits construye un número o índice de orden disponiendo, en primer lugar, el bit más significativo del canal *R*, en segundo lugar, el bit más significativo del canal *G* y en tercera posición el primer bit *B*. A continuación se componen los siguientes tres bits del escalar con el segundo bit de *R*, *G* y *B*, así hasta llegar al último bit de cada señal cromática. La figura 4.56 ilustra la codificación y decodificación de un píxel de color RGB por entrelazado de bits.

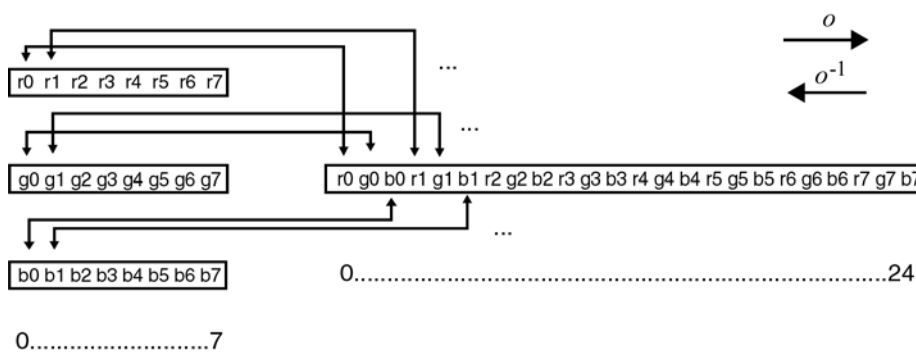


Figura 4.56. Entrelazado de bits para espacio de color RGB.

Por la simetría de la codificación anterior, el método de entrelazado es idóneo para espacios de color, como el RGB, en donde todas las componentes cromáticas son de la misma naturaleza y poseen la misma importancia visual de la imagen. Es evidente que la mezcla binaria de señales totalmente diferentes como intensidad, saturación y matiz no tiene ningún sentido. En la figura 4.57 se muestra un ejemplo de procesamiento morfológico vectorial realizado con ordenación por entrelazado de bits sobre la base RGB. El resultado visual de la erosión (figura 4.57.a) y de la dilatación (figura 4.57.b) de la imagen ‘Parrots’, por elemento estructurante plano y cuadrado de tamaño 3x3 es muy aceptable y responde al significado de las operaciones elementales.

Es posible modificar la simetría de la codificación básica por entrelazado de bits alterando la mezcla de bits, por ejemplo, agrupando bits en grupos de dos, de tres o más. La componente ubicada en la parte más significativa del número de orden con más bits será la más privilegiada y dominante a la hora de establecer el orden. De hecho, la agrupación extrema de bits converge en el orden clásico lexicográfico: los ocho bits de la componente elegida como prioritaria se ubican en cabeza, seguidos de la segunda componente prioritaria y de la tercera. Según la fortaleza con la que se defina la importancia de una componente de color frente a otras la agrupación de bits será diferente.

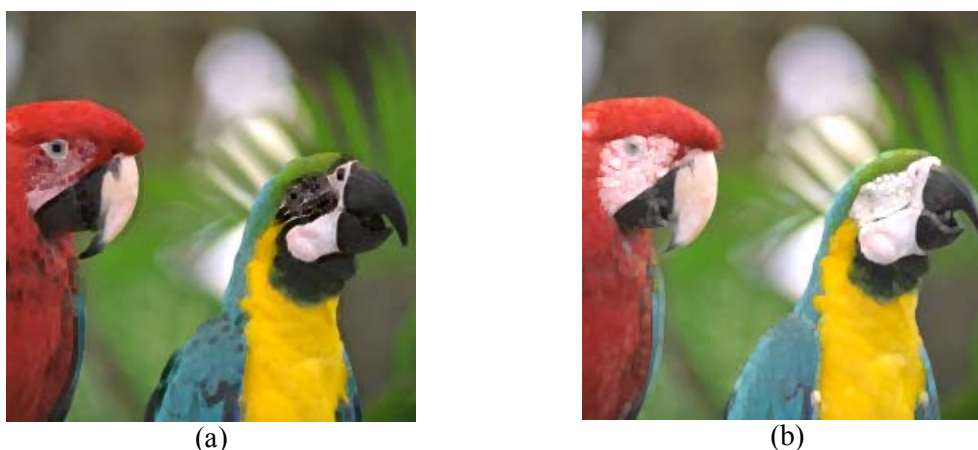


Figura 4.57. Procesamiento morfológico vectorial en base RGB con ordenación por entrelazado de bits. (a) Erosión vectorial. (b) Dilatación vectorial.

Resumen de ordenes vectoriales

En relación a las estrategias de orden vectorial comentadas y analizadas en esta Tesis Doctoral, se resumen en la tabla 4.8 sus características y la adecuación de su uso en determinados espacios de color. En sombreado se destacan los métodos de orden totales para espacios de la familia HSI: el lexicográfico clásico y el ponderado α -lex, una aportación principal de esta Tesis Doctoral.

Orden vectorial	Características	Espacios óptimos
Una componente.	- Preorden. - Útil cuando una única componente proporciona suficiente información de la escena.	RGB, HSI, YIQ, CIELAB, CIELUV.
Distancia.	- Preorden. - Basado generalmente en una medida de distancia euclídea.	RGB, CIELAB, CIELUV.
Canónico.	- Orden parcial. - Orden muy rígido. Sólo útil en componentes simétricas.	RGB.
Lexicográfico clásico.	- Orden total. - Adecuado cuando la importancia de las señales en la información de la imagen es diferente. - Permite el tratar la indefinición del matiz.	HSI, LCH.
Nuevo lexicográfico α -lex.	- Orden total. - Reduce la excesiva participación de la primera componente del vector en el orden lexicográfico clásico. - Permite tratar la indefinición del matiz.	HSI, LCH.
Entrelazado de bits.	- Orden total. - Útil cuando se evidencia una simetría entre las componentes del vector.	RGB.

Tabla 4.8. Resumen de ordenes vectoriales. Métodos idóneos para espacio HSI (sombreado).

4.4.3 Propiedades de las operaciones básicas de erosión y dilatación vectorial

Las operaciones básicas de erosión y dilatación vectorial deberán cumplir las mismas propiedades que las operaciones morfológicas binarias o de escala de grises. El establecimiento del orden 'o' en los vectores, con cualquiera de los métodos expuestos anteriormente, que actúa de índice de referencia para todos ellos asegura que las operaciones vectoriales sean crecientes, pues es evidente que, con la relación de orden 'o', para dos imágenes en color:

$$Si f \leq_o g \Rightarrow \varepsilon_v(f) \leq_o \varepsilon_v(g) \quad (4.26)$$

$$Si f \leq_o g \Rightarrow \delta_v(f) \leq_o \delta_v(g) \quad (4.27)$$

siempre y cuando el mismo método de orden 'o' sea el empleado en las operaciones de erosión y dilatación vectorial, y en la comparación de funciones en color: $o(f) \leq o(g)$.

La operación de dilatación vectorial es extensiva, por maximización espacial mediante el orden 'o' se logra, en el peor de los casos que $o(\delta_v(f)) = o(f)$ y, en general, $o(\delta_v(f)) \geq o(f)$. La erosión vectorial es, por minimización, una operación antiextensiva: $o(\varepsilon_v(f)) \leq o(f)$. Se cumple, por tanto:

$$\varepsilon_v(f) \leq_o f \leq_o \delta_v(f) \quad (4.28)$$

4.4.4 Residuo de transformaciones básicas: gradiente vectorial

Los gradientes morfológicos de Beucher [Beucher, 1977] pueden extenderse a imágenes en color al ser residuos de transformaciones elementales que han demostrado su adaptación al caso vectorial. Para el residuo bastará calcular la diferencia entre imágenes de vectoriales. En este sentido, varias aproximaciones son posibles, pues la diferencia puede efectuarse en cada canal cromático RGB por separado y permanecer así, o combinar los resultados (por media o maximización de canales) para ofrecer un escalar que defina la magnitud del gradiente. Sea cual sea la aproximación, no afecta a la definición de gradiente vectorial, pues esta se realiza a posteriori. El gradiente vectorial por erosión se define como sigue:

$$\rho_v^-(f) = f - \varepsilon_v(f) \quad (4.29)$$

de forma similar, el gradiente por dilatación y el gradiente simétrico también son adaptables al caso cromático:

$$\rho_v^+(f) = \delta_v(f) - f \quad (4.30)$$

$$\rho_v(f) = \delta_v(f) - \varepsilon_v(f) \quad (4.31)$$

En la figura 4.58 se muestra un ejemplo básico de gradiente vectorial por erosión. En este caso, se ha empleado la imagen sintética de la figura 4.27. Puesto que el gradiente es función de operaciones básicas vectoriales, la relación de orden empleada en la operación condicionará los resultados. En el ejemplo, se ha erosionado vectorialmente la imagen original con un elemento estructurante de tamaño 3x3 y relación de preorden por distancia de matiz (matiz de referencia en 0°). El resultado de la erosión se presenta en la figura 4.58.a. El gradiente por erosión se tiene en la figura 4.58.c. La operación de diferencia de imágenes se ha realizado por canales RGB, de ahí la cromaticidad de los bordes detectados. En este sentido es necesario comentar que el residuo cromático producirá en el resultado nuevos colores no existentes en la imagen original o en las transformaciones morfológicas. La misma situación se tiene en escala de grises: la diferencia entre un píxel de valor 100 y un píxel de valor 30 es 70.

Como se puede observar en los resultados del gradiente, los objetos azules de la imagen escapan al gradiente, pues la erosión no ha modificado su definición al poseer la misma distancia de matiz que el objeto verde. La utilización de la ordenación lexicográfica H→I→S en la erosión vectorial mejora los resultados de la segmentación. Ahora y gracias a la señal de saturación los objetos azules usurpan definición del verde (figura 4.58.b) y el gradiente vectorial así lo refleja (4.58.d).

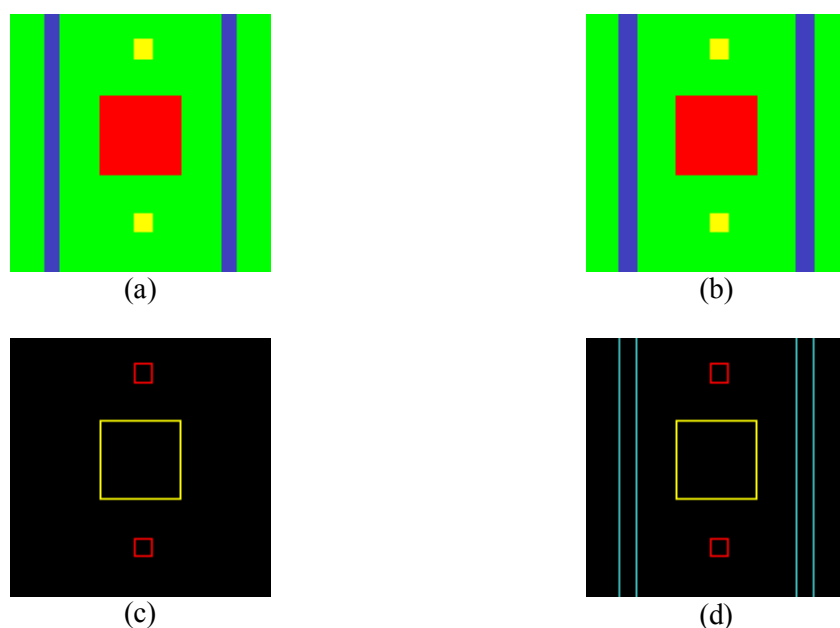


Figura 4.58. Ejemplo de gradiente vectorial por erosión de una imagen sintética. Erosión por elemento estructurante 3x3 y (a) preorden de distancia de matiz, (b) orden lexicográfico H→I→S. Residuo entre imagen original de la figura 4.42.a y erosión por preorden (c) u orden lexicográfico (d).

A continuación se presenta un ejemplo de gradiente en imagen real adquirida con cámara CCD a color. La imagen empleada se corresponde con una captura de objetos cromáticos superpuestos a un fondo azul (figura 4.59.a). La descomposición de la imagen en canal de distancia de matiz, con respecto a 0° (figura 4.59.b), en mapa de saturación

normalizada (figura 4.59.c) y en canal de intensidad (figura 4.59.d) desvela el aporte de información de cada señal en la definición de los objetos cromáticos.

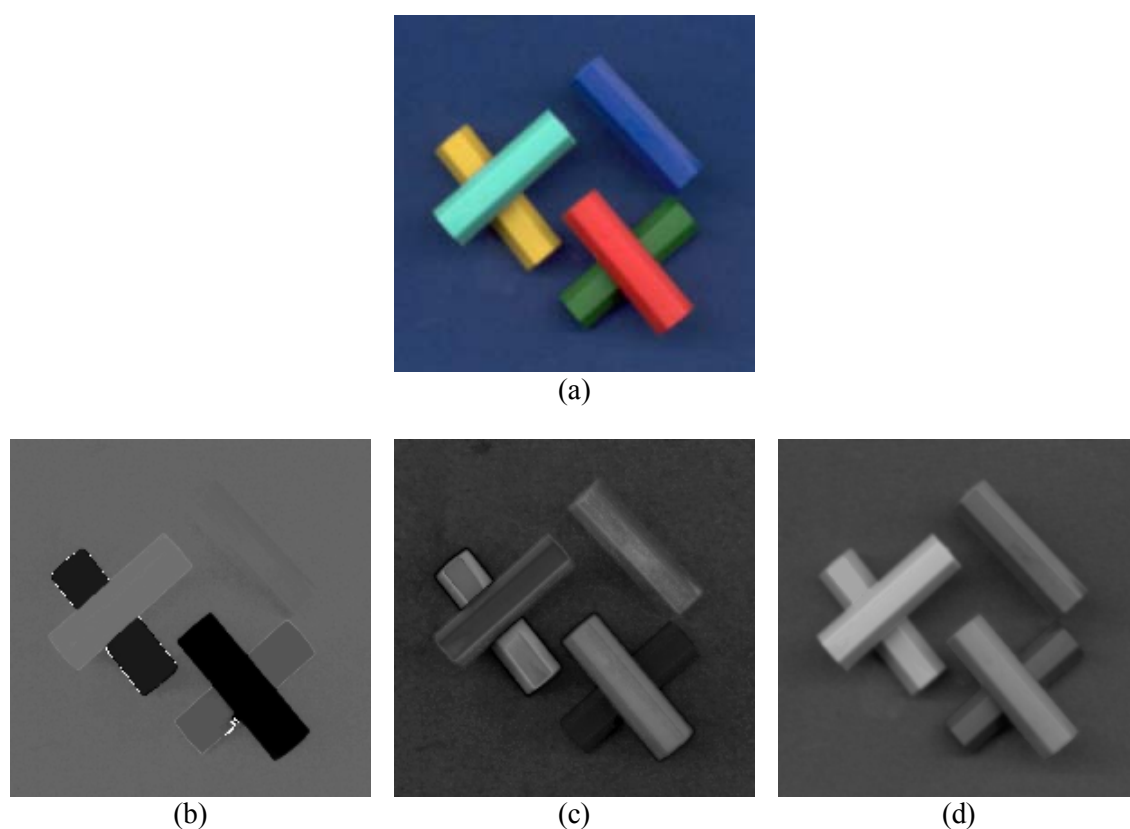


Figura 4.59. Imagen en color adquirida con cámara CCD. (a) Imagen original. (b) Canal de distancia de matiz. (c) Mapa de saturación normalizado. (d) Canal de intensidad.

El gradiente por erosión vectorial, resultado del residuo entre la imagen original y la erosión vectorial, implementada ésta última con preorden de distancia de matiz y elemento estructurante 3×3 , identifica el contorno de la mayor parte de los objetos, si bien, el objeto azul es confundido con el fondo en la mayor parte de su definición (figura 4.60.a). El empleo del preorden de intensidad produce unos resultados ligeramente diferentes. La identificación de contornos es más suave que en el caso anterior, pues el mapa lumínico posee mayor definición. Sin embargo, parte del objeto cyan es confundido con el objeto amarillo (figura 4.60.b). Los resultados del gradiente, al introducir la ordenación lexicográfica $H \rightarrow I \rightarrow S$ se presentan en la figura 4.60.c y constituyen otra aportación de la presente Tesis Doctoral pues su cálculo se realiza con el nuevo método de orden presentado en esta memoria. En este caso, la distancia de matiz controla la erosión en un 69% de ocasiones, frente al 25,1% de la intensidad y 5,9% de la saturación. La mayor detección de cambios formas en la imagen es evidente. El mejor resultado, en cuanto a mayor detección de formas se obtiene, sin embargo, cuando se emplea el orden lexicográfico clásico $I \rightarrow H \rightarrow S$, en el que la intensidad decide el ínfimo en más del 83% de ocasiones (figura 4.60.d). En este caso, los objetos se detectan con alta definición, muy superior a la lograda cuando el matiz controlaba la ordenación. La distancia de matiz interviene en

aquellos casos en los que la intensidad permanece constante. De esta manera, se logra identificar parte del contorno del objeto cian respecto al objeto amarillo. La saturación, por su parte, permite distinguir el objeto azul del fondo.

Una consideración a tener en cuenta es que, en ocasiones, no es será útil la detección total de cualquier cambio luminoso o espectral en la imagen. En particular, la escena empleada en el experimento presenta alteraciones de luminosidad en el interior de las formas cromáticas. La señal de matiz no va a detectar los cambios de intensidad en la imagen, por lo que en aquellas aplicaciones que únicamente deseen detectar estructuras homogéneas en color, la información de distancia de matiz será la única tenida en cuenta en el procesamiento, mientras que cuando cualquier cambio en la escena se considere imprescindible, el orden lexicográfico $I \rightarrow H \rightarrow S$ se presentará como el más idóneo en esos casos.

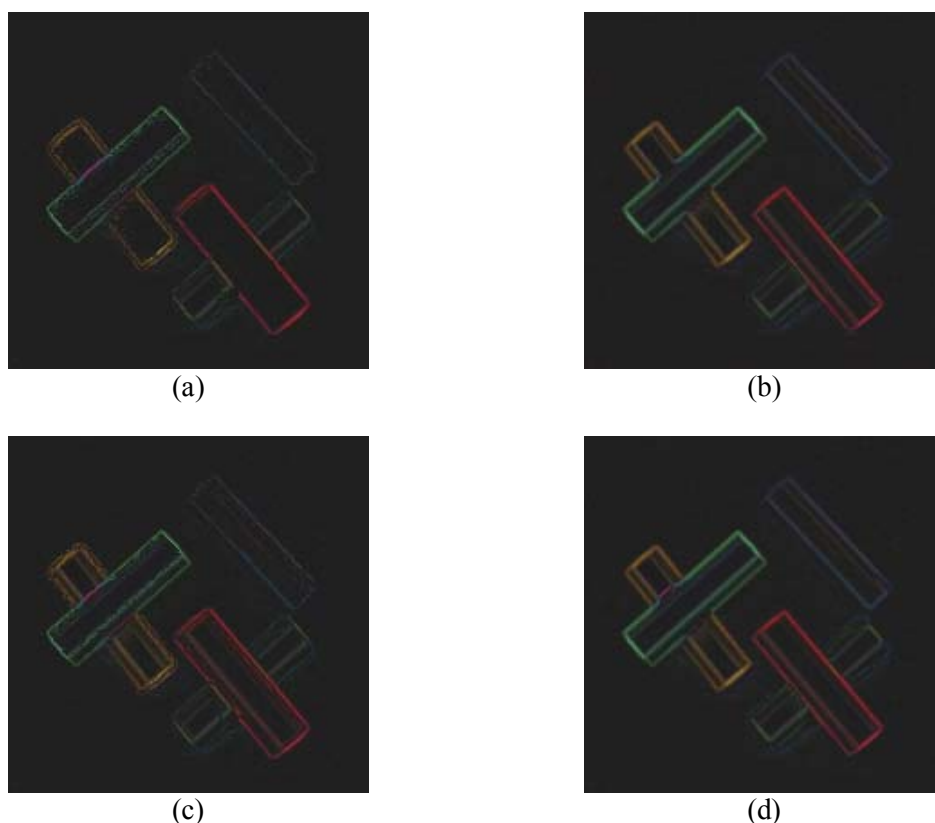


Figura 4.60. Gradientes morfológicos vectoriales. Gradiente por erosión vectorial realizado con ordenación procedente de distancia de matiz (a), intensidad (b), $H \rightarrow I \rightarrow S$ y $\alpha=0$ (c), $I \rightarrow H \rightarrow S$ y $\alpha=0$ (d).

Uno de los mayores inconvenientes del gradiente es su alta sensibilidad a las discontinuidades de la imagen. El tamaño del elemento estructurante empleado en las operaciones influirá en el resultado. Se dará el caso de unión y confusión de bordes de los objetos cuando se utilicen elementos estructurante grandes. Por otra parte el ruido afectará de forma inaceptable al resultado cuando se empleen elementos estructurante pequeños. Para evitar estos inconvenientes en [d'Ornellas, 2000] se propone un nuevo gradiente morfológico que

combina sumas y restas de operaciones elementales para unir luego los resultados en un escalar único que define la magnitud del gradiente:

$$G(f) = \frac{1}{scale} \sum_i^{scale} \delta_i^2(\varepsilon_i(f)) - 2\varepsilon_i(f) + \delta_i(\varepsilon_i^2(f)) \quad (4.32)$$

donde *scale* es el número de canales que forman el espacio cromático e *i* especifica el canal en el que se realiza la operación.

4.4.5 Filtrado morfológico vectorial

Al igual que en el caso binario o de escala de grises, la apertura vectorial de una imagen cromática *f* se define como la erosión vectorial seguida por la dilatación vectorial. Ambas operaciones elementales se deben realizar con la misma estrategia de ordenación vectorial para garantizar la operación sea creciente e idempotente, propiedades fundamentales de cualquier filtro morfológico. La apertura vectorial:

$$\gamma_v(f) = \delta_v(\varepsilon_v(f)) \quad (4.33)$$

El cierre morfológico vectorial se denota por φ_v y se define como la erosión vectorial de la dilatación vectorial de una imagen *f*:

$$\varphi_v(f) = \varepsilon_v(\delta_v(f)) \quad (4.34)$$

El cierre vectorial, del mismo modo que la apertura, es independiente del origen del elemento estructurante empleado. Asimismo, es creciente, idempotente y mantiene con la apertura vectorial la siguiente relación de orden:

$$o(\varphi_v(f)) \leq o(f) \leq o(\gamma_v(f)) \quad (4.35)$$

La operación de top-hat es fácilmente extendible al caso vectorial. Se definirá el top-hat por apertura como:

$$TH\gamma_v(f) = f - \gamma_v(f) \quad (4.36)$$

mientras que el top-hat por cierre se definirá como sigue:

$$TH\varphi_v(f) = \varphi_v(f) - f \quad (4.37)$$

En ambas operaciones hay que considerar que, como en cualquier otro residuo cromático por diferencia, la imagen resultado contendrá cromaticidades inexistentes tanto en la imagen original como en la imagen procesada morfológicamente. En la figura 4.61 se presenta la imagen cromática sobre la que se van a calcular los filtros básicos de apertura y cierre y los residuos de top-hat. La imagen se corresponde con una captura por cámara CCD de un conjunto de objetos cromáticos (rotuladores) dispuestos sobre un fondo homogéneo azul.

La apertura y cierre vectorial de la imagen cromática ‘Rotuladores’ se muestran en la figura 4.62. Ambos filtros se han implementado manteniendo una ordenación lexicográfica clásica ($\alpha=0$), en espacio HSI, dirigida por intensidad, matiz y saturación. El elemento estructurante utilizado ha sido cuadrado y de tamaño 3x3. En la apertura, las zonas claras de la imagen se atenúan considerablemente, pues gran parte de ellas han sido eliminadas en la erosión vectorial. En el cierre, por el contrario, son las estructuras oscuras las que disminuyen su tamaño.



Figura 4.61. Imagen cromática ‘Rotuladores’.

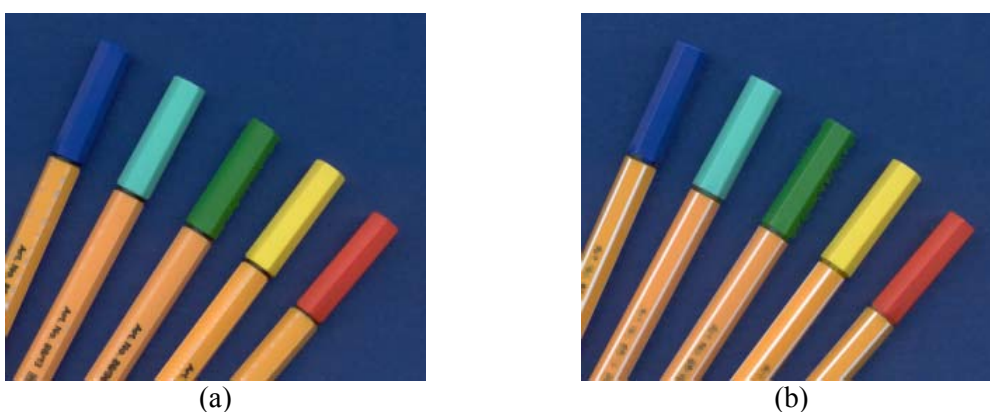


Figura 4.62. Filtrado morfológico vectorial de apertura (a) y cierre (b). Ordenación lexicográfica clásica $I \rightarrow H \rightarrow S$.

El residuo de top-hat para el filtrado vectorial de apertura y cierre anterior se presenta en la figura 4.63. El top-hat por apertura ofrece las zonas eliminadas en la apertura vectorial. En este caso (figura 4.63.a) se intensifican los objetos claros eliminados en la apertura vectorial. Por el contrario, el top-hat por cierre (figura 4.63.b) muestra los detalles oscuros atenuados en el cierre vectorial.

La composición de los filtros vectoriales básicos (apertura y cierre) permite la extensión de la noción de filtro alternativo y filtro alternativo secuencial al caso cromático. Si el orden vectorial no se modifica es obvio que los filtros alternos vectoriales son idempotentes y crecientes. Se presenta en el siguiente ejemplo la eficacia de los filtros alternos secuenciales vectoriales FAS_v

en la eliminación de ruido impulsivo cromático. La figura 4.64.a muestra la imagen cromática contaminada con un 10% de presencia de ruido impulsivo. Un filtro FAS_v de tamaño 2, elemento estructurante lineal 1×3 , y de patrón $\gamma_v \phi_v$, permite eliminar con éxito el ruido de la imagen. Nótese, sin embargo, que la pérdida de detalles en la imagen es proporcional al tamaño del elemento estructurante que se emplea en el filtro alterno. En este caso, el segundo filtrado produce la pérdida de algunas formas oscuras de la imagen.

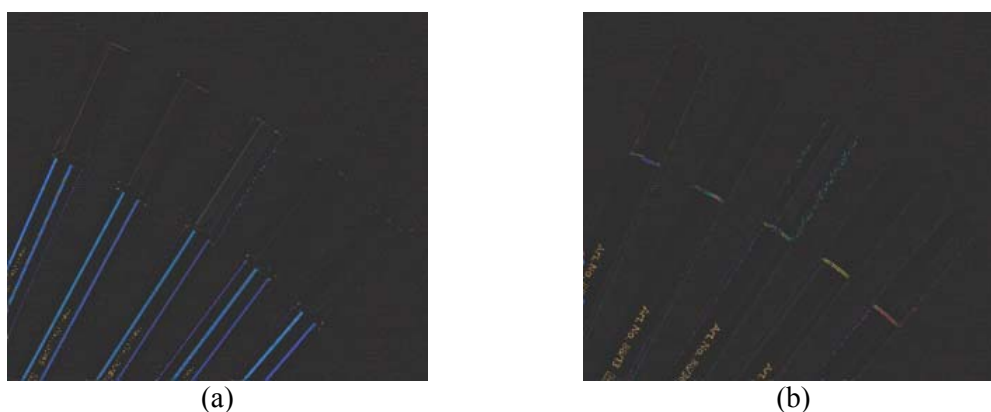


Figura 4.63. Versiones vectoriales del top-hat por apertura (a) y top-hat por cierre (b).



Figura 4.64. Eliminación de ruido impulsivo con filtrado alterno secuencial vectorial de tamaño 2. (a) Imagen cromática con ruido impulsivo (10%). (b) Filtrado FAS_v de tamaño 2 y patrón $\gamma_v \phi_v$.

4.5 Conclusiones

En este capítulo se ha presentado la extensión de la Morfología Matemática a imágenes en color empleando información cromática de la familia de modelos HSI. Se han comentado las particularidades de estos espacios cromáticos en procesamiento de imágenes, tratándose adecuadamente el problema del orden e indefinición del matiz. En cuanto a las estrategias de ordenación vectorial se ha realizado un amplio estudio sobre cada una de ellas, situándose el método lexicográfico como el que mejor interacciona con el espacio HSI. Sobre esta estrategia se han presentado los conceptos de retículo orientado a matiz y de retículo orientado a

intensidad, como las permutaciones más idóneas de todas las combinaciones posibles de las señales de modelo cromático. Para reducir la alta dependencia del método lexicográfico con la señal definida como prioritaria se ha desarrollado una nueva versión de ordenación, conocida como α -lex, en donde el factor de peso permite reducir la alta dependencia del orden con la componente prioritaria y consigue la transformación de un retículo lexicográfico orientado a matiz a un retículo lexicográfico orientado a intensidad y viceversa.

Por último, y una vez expuesta la metodología a emplear en las operaciones morfológicas en color, se han comprobado las propiedades de las operaciones. Asimismo, se han definido los filtros morfológicos vectoriales básicos y se han presentado los primeros residuos cromáticos.