



# DINAMICA DEI FLUIDI

---

DI LUIGI BOSCAINO

BIBLIOGRAFIA:

I Problemi Della Fisica - Cutnell, Johnson, Young, Stadler

Problemi di fisica tratti da appunti del corso di studi in chimica e tecnologie farmaceutiche

# IL FLUSSO

---

Il flusso indica lo scorrimento di un liquido o gas su una superficie o attraverso un determinato condotto e, con valore concreto, la quantità stessa di liquido ecc., che fluisce.

Il flusso può essere...

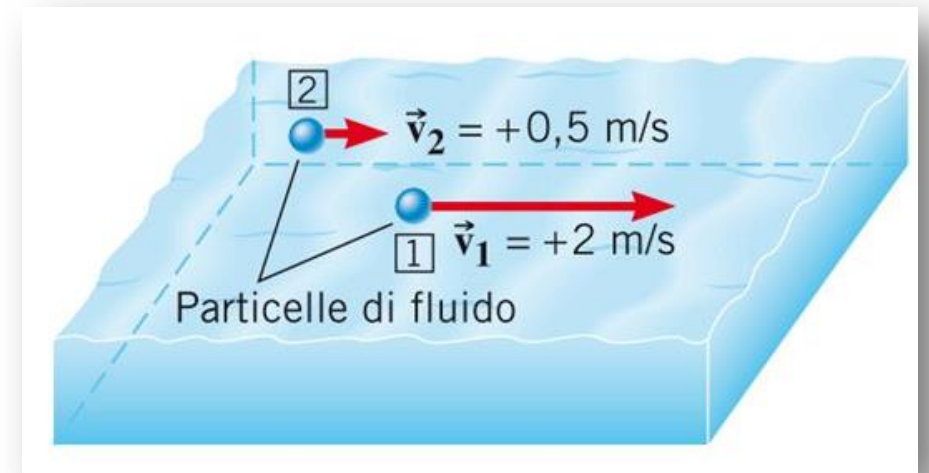
- ✓ stazionario, non stazionario o turbolento
- ✓ comprimibile o incompressibile
- ✓ viscoso o non viscoso
- ✓ di un fluido Ideale

# FLUSSO STAZIONARIO

---

Nel flusso stazionario la velocità delle particelle del fluido, in un punto qualunque del fluido stesso, rimane costante nel tempo.

Le velocità in punti diversi del fluido possono anche essere diverse. Questo accade per esempio nei fumi, in cui di solito l'acqua scorre più lentamente vicino alle rive e più velocemente nella parte centrale.

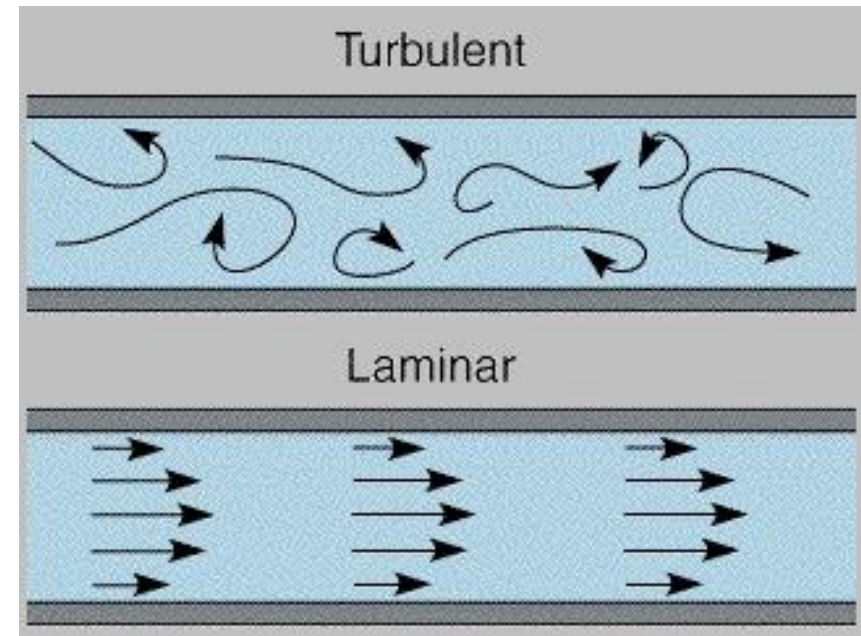


# FLUSSO NON STAZIONARIO E TURBOLENTO

---

Il flusso è invece **non stazionario** quando la velocità in un punto del fluido cambia al variare del tempo.

Il flusso è detto **turbolento** quando non solo non è stazionario, ma la velocità cambia in maniera caotica e imprevedibile sia in modulo sia in direzione e verso, come accade per esempio quando le particelle del fluido trovano ostacoli improvvisi lungo il percorso.



# FLUSSO COMPRIMIBILE E INCOMPRIMIBILE

---

I liquidi sono praticamente incompressibili, cioè la loro densità resta costante anche se la pressione cambia. Quindi con buona approssimazione i liquidi scorrono senza cambiare in modo apprezzabile il loro volume. I gas sono invece molto comprimibili e quindi il loro flusso, in generale, dipende anche dalle variazioni di densità.

# FLUSSO VISCOSO E NON VISCOSO

---

La viscosità di un fluido indica la resistenza imposta dal fluido allo scorrimento (attrito interno).

Un fluido viscoso, come per esempio il miele, non scorre facilmente e si dice che la sua viscosità è grande. L'acqua, che scorre più facilmente del miele, ha una viscosità più piccola di quella del miele. Il flusso di un fluido viscoso avviene con dissipazione di energia, perché la viscosità è dovuta a forze non conservative (attriti).

# FLUSSO DI UN FLUIDO IDEALE

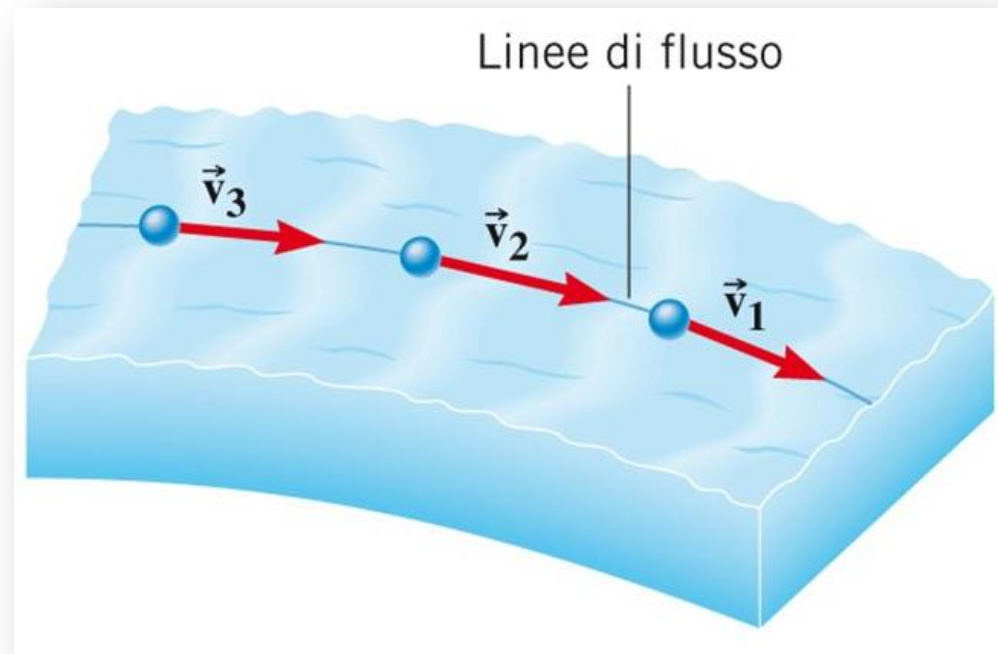
---

Un fluido con viscosità nulla scorrerebbe senza alcuna dissipazione di energia. Anche se in nessun fluido reale la viscosità è nulla, alcuni fluidi hanno una viscosità trascurabile. Un fluido incomprimibile e con viscosità nulla è chiamato **fluido ideale**.

# LINEA DI FLUSSO

---

Quando il flusso è stazionario, le traiettorie delle particelle di fluido si visualizzano mediante le linee di flusso.





# FLUSSO STAZIONARIO O LAMINARE

---

In un flusso stazionario le linee di flusso non si intersecano giacché, se si intersecassero in un punto, ogni particella giunta in quel punto potrebbe continuare a muoversi lungo una qualunque delle due linee variando la velocità del fluido nel punto di intersezione. Ciò renderebbe di fatto il flusso non più stazionario. Quindi in un flusso stazionario le linee di corrente non si intersecano e il fluido sembra composto da tante «lamine» che scorrono senza mescolarsi.

**Per questo motivo il flusso stazionario viene anche chiamato flusso laminare.**

# DEFINIZIONE DI PORTATA DI MASSA

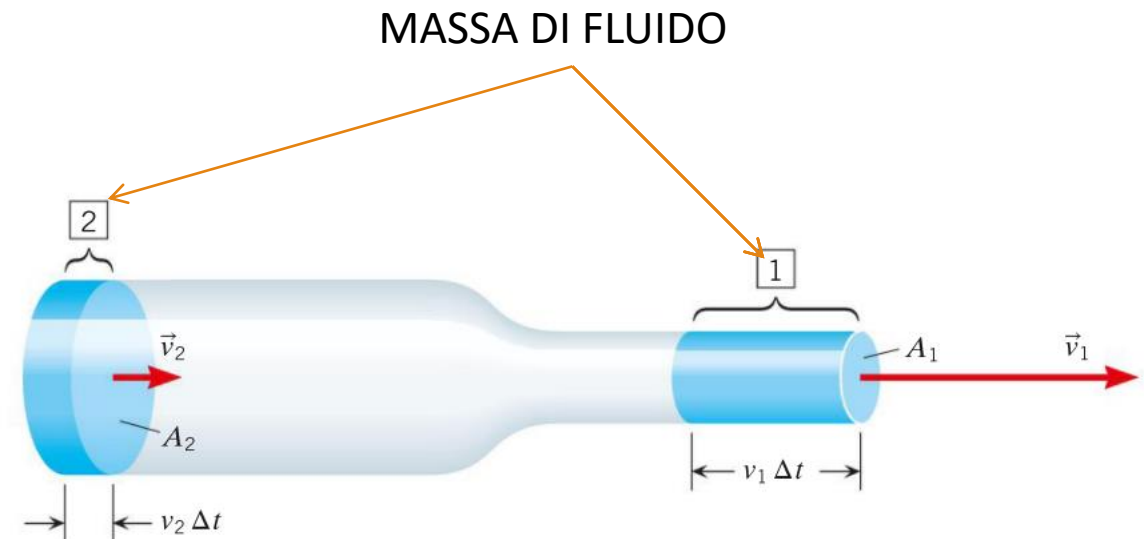
---

La massa di fluido che attraversa una sezione del condotto in un secondo è chiamata **portata di massa** del tubo e viene misurata in kilogrammi al secondo (kg/s).

# EQUAZIONE DI CONTINUITA'

Se un fluido scorre in un condotto senza sorgenti né pozzi (né incrementi né perdite), la **portata di massa**  $\rho Av$  ha lo stesso valore in tutti i punti del condotto. Per due punti qualunque 1 e 2 del condotto

$$\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$$



$\rho$  = densità del fluido (in  $kg/m^3$ )

$A$  = area di una sezione trasversale del condotto (in  $m^2$ )

$v$  = modulo della velocità del fluido (in  $m/s$ ).

Unità di misura **portata di massa**: kilogrammi al secondo ( $kg/s$ ).

# NEI LIQUIDI

---

Se un fluido è incomprimibile, la sua densità rimane costante durante il moto del fluido, perciò nell'equazione di continuità si ha  $\rho_1 = \rho_2$  e l'equazione diventa

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Detta **equazione di continuità per un fluido incomprimibile**

# LA PORTATA VOLUMETRICA

---

Av si **dice portata volumetrica**, o semplicemente portata, del condotto ed è indicata con il simbolo  $Q$ :

$$Q = A \cdot v$$

Nel Sistema Internazionale la portata volumetrica si misura in metri cubi al secondo ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

# PROBLEMA

---

Un'arteria di raggio  $R_l = 2.5 \text{ mm}$  è parzialmente bloccata da una placca. Nella regione ostruita il raggio effettivo è  $R_o = 1.8 \text{ mm}$  e la velocità media del sangue è di  $50 \text{ cm/s}$ .

Calcolare la velocità media del sangue nella regione NON ostruita.

# SOLUZIONE DEL PROBLEMA

---

Indichiamo con  $v_l$ , la velocità del sangue nell'arteria libera e con  $v_o$ , la velocità media dell'arteria ostruita.

Per l'equazione di continuità nei fluidi incomprimibili si ha l'uguaglianza delle portate:

$$Q_l = Q_o \Rightarrow A_o \cdot v_o = A_l \cdot v_l$$

Considerando le aree delle sezioni circolari:

$$\pi \cdot R_o^2 \cdot v_o = \pi \cdot R_l^2 \cdot v_l$$

Da cui isolando  $v_l$  si ha:

$$v_l = \frac{\pi \cdot R_o^2 \cdot v_o}{\pi \cdot R_l^2} \Rightarrow v_l = \frac{R_o^2 \cdot v_o}{R_l^2}$$

Infine sostituendo i dati di cui disponiamo

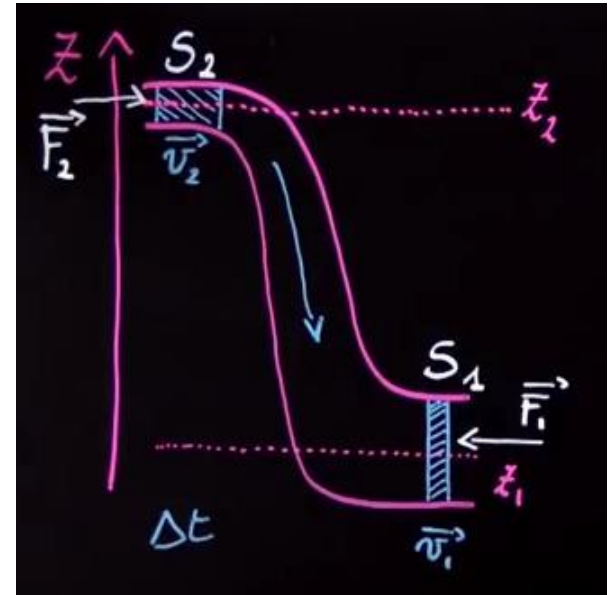
$$v_l = \frac{(0,18)^2 [cm] \cdot 50 \left[ \frac{cm}{s} \right]}{(0,25)^2 [cm]} = \frac{1,62}{0,0625} \left[ \frac{cm}{s} \right]$$

$$v_l = 25.9 \text{ cm/s}$$

# EQUAZIONE DI BERNOULLI

Quando il flusso di un fluido (ideale) non viscoso e incomprimibile è stazionario, la densità  $\rho$  del fluido, la pressione  $p$ , il modulo della velocità  $v$  e la quota  $y$  in due punti qualunque (1 e 2) del fluido sono legati dalla relazione:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

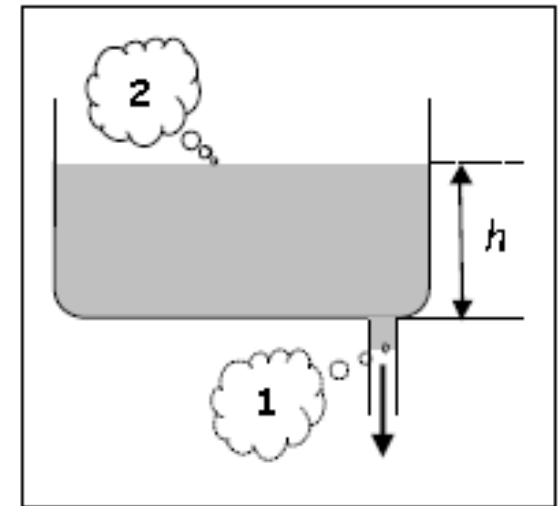




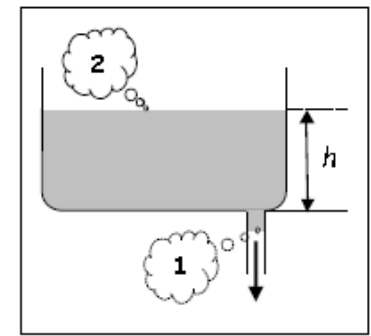
# PROBLEMA

---

Calcolare la velocità  $v$  con cui l'acqua inizia ad uscire dal foro di scarico di una vasca da bagno dove il livello iniziale dell'acqua è  $h = 30 \text{ cm}$



# SOLUZIONE



Si applica l'equazione di Bernoulli sul punto dello scarico ed in un altro punto della vasca dove conosciamo i valori di  $p$ ,  $v$  e  $h$ . Il punto 2 in questione è il livello superiore dell'acqua dove  $p_2 = p_0$  (pressione atmosferica),  $h_2 = h$  e  $v_2 = 0$  perché non appena l'acqua inizia a defluire dal fondo, quella posta sulla superficie è ancora praticamente ferma. Al punto 1 vale invece  $h_1 = 0$ , e  $v_2 = x$  e  $p_1 = p_0$  (pressione atmosferica), perché la superficie del fronte d'acqua che sta uscendo dallo scarico si trova in diretto contatto con l'atmosfera. Quindi:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

$$p_0 + \rho \cdot g \cdot 0 + \frac{1}{2} \rho \cdot x^2 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot 0$$

$$x = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow x = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 30 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 2,425 \text{ m/s}$$

# DA BERNOULLI A TORRICELLI

---

Poiché la pressione nel punto 1 è uguale a quella nel punto 2, cioè si ha  $p_1 = p_2$ , l'equazione di Bernoulli diventa

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Eliminando la densità  $\rho$  che compare come fattore comune e risolvendo l'equazione precedente rispetto al quadrato della velocità di efflusso  $v_1^2$  si ottiene

$$v_1^2 = v_2^2 + 2g(y_2 - y_1) = v_2^2 + 2gh$$

dove abbiamo indicato con  $h$  l'altezza della superficie libera del liquido sopra il condotto di uscita. Se il serbatoio è molto grande e il condotto di uscita molto piccolo, questa altezza cambia molto lentamente e la velocità  $v_2$  può essere considerata praticamente nulla, perciò si ottiene

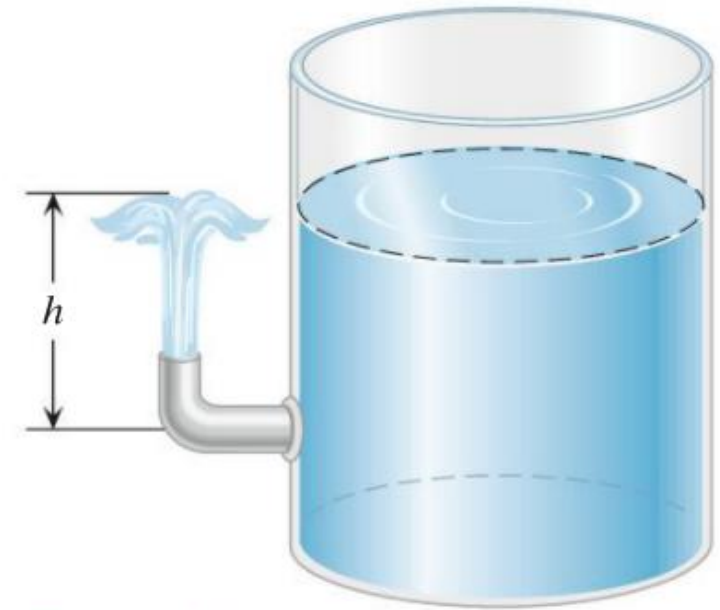
$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

# TEOREMA DI TORRICELLI

---

La velocità di **efflusso**  $v$  di un liquido ideale da un foro a profondità  $h$  è uguale alla velocità di un oggetto che cade liberamente dalla stessa altezza  $h$ :

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$



**Figura 14**

Un fluido ideale, uscendo dall'ugello, risalirebbe alla quota della superficie libera nel contenitore.