

43. E. AMALDI (\*), D. BOCCIARELLI, B. N. CACCIAPUOTI (\*\*),  
G. C. TRABACCHI. — Sullo sparpagliamento elastico dei  
neutroni veloci da parte di nuclei medi e pesanti.

I. — INTRODUZIONE.

La sezione d'urto totale di un neutrone contro un nucleo si può decomporre in due parti: la prima  $\sigma_{no}$  rappresenta la sezione d'urto per formazione di un nucleo composto; la seconda  $\sigma_e$  la sezione d'urto dovuta allo sparpagliamento elastico dei neutroni <sup>(1)</sup>, <sup>(2)</sup>.

L'importanza relativa di questi due termini dipende dalla energia del neutrone incidente; una situazione particolarmente semplice si ha però allorquando il neutrone incidente è così veloce che la corrispondente lunghezza d'onda di De Broglie, divisa per  $2\pi$ ,

$$(1) \quad \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}} = \frac{2,86 \cdot 10^{-9}}{2\pi E_{ev}^{1/2}} = \frac{4,55}{E_{ev}^{1/2}} \cdot 10^{-10} \text{ cm}$$

risulta molto minore del raggio R del nucleo

$$(2) \quad \frac{\lambda}{2\pi} \ll R$$

In questo caso infatti qualora la « sticking probability » sia eguale ad 1 le due sezioni d'urto in questione <sup>(1)</sup>, <sup>(2)</sup> risultano eguali fra loro e pari alla sezione geometrica del nucleo

$$(3) \quad \sigma_{no} = \sigma_e = \pi R^2$$

In realtà anche il nucleo composto contribuisce allo sparpagliamento elastico dei neutroni in quanto, fra tutti i modi possibili con cui esso si libera, in un secondo tempo, della sua energia di eccitazione, vi è la emissione di un neutrone di energia eguale a quella del neutrone incidente.

(\*) Ospite. Ordinario di fisica sperimentale nell'Università di Roma.

(\*\*) Ospite. Aiuto nell'Istituto di fisica dell'Università di Roma.

<sup>(1)</sup> H. A. BETHE, Phys. Rev., 57, 1125 (1940).

<sup>(2)</sup> N. BOHR, R. PEIERLS, G. PLACZK, Nature, 144. Grazie alla cortesia del prof. R. Peierls abbiamo avuto recentemente alcune informazioni private sul contenuto di un lavoro più esteso su questo argomento.

Questo sparpagliamento elastico di neutroni ha però una probabilità assai piccola rispetto a tutti gli altri processi che può subire il nucleo composto.

Come è stato fatto osservare da Bohr, Peierls e Placzek <sup>(2)</sup> la sezione d'urto  $\sigma$ , rappresenta l'effetto della diffrazione d'ombra che subisce l'onda neutronica incidente sul nucleo. Sotto alcune ipotesi semplificative la corrispondente sezione d'urto differenziale  $\frac{d\sigma_s}{d\omega}$  è quindi data, in funzione dell'angolo  $\vartheta$  di sparpagliamento, dalla nota formula della diffrazione alla Fraunhofer attorno ad un ostacolo sferico assorbente, ossia <sup>(3)</sup>:

$$(4) \quad \sigma'_s(\vartheta) = \frac{d\sigma_s(\vartheta)}{d\omega} = R^2 \left\{ \frac{J_1\left(\frac{2\pi R\vartheta}{\lambda}\right)}{\vartheta} \right\}^2$$

dove  $J_1$  è una funzione di Bessel di prima specie. Lo sparpagliamento elastico deve quindi aver luogo principalmente in avanti e presentare dei massimi secondari, assai poco pronunciati in corrispondenza di certi angoli di sparpagliamento  $\vartheta$  i cui valori dipendono dal rapporto  $\frac{2\pi R}{\lambda}$ .

I risultati sperimentali che si prestano ad una verifica delle precedenti considerazioni sono ancora scarsi. Infatti la maggior parte delle misure di sezione d'urto totale pubblicate fino ad oggi, sono eseguite usando neutroni di energia eguale o inferiore a 3 MeV per i quali ancora si osservano risonanze abbastanza spiccate. Fanno eccezione solo alcune misure eseguite sul carbonio con neutroni di 14 MeV <sup>(4)</sup>, <sup>(5)</sup>.

La misura della sezione d'urto per assorbimento + urto anelastico  $\sigma_a$  e quindi, per quanto si è detto sopra, anche praticamente quella per formazione del nucleo composto  $\sigma_{nc}$ , è stata eseguita per vari elementi da Grahame e Seaborg <sup>(6)</sup> rivelando i neutroni emessi da una sorgente di Ra + Be a mezzo dell'attività indotta nel ferro secondo la reazione  $^{56}\text{Fe}(n, p)^{56}\text{Mn}$ , la quale ha luogo con sezione d'urto apprezzabile solo per neutroni di energia superiore a 7 MeV; nei riguardi di queste misure si

<sup>(2)</sup> H. A. BETHE, G. PLACZEK, Phys. Rev., 57, 1075 (1940).

<sup>(4)</sup> E. O. SALANT, R. B. ROBERTS, P. WANG, Phys. Rev., 55, 984 (1939); E. O. SALANT, N. F. RAMSAY, Phys. Rev., 57, 1075 (1940).

<sup>(5)</sup> M. AGENO, E. AMALDI, D. BOCCIARELLI, G. C. TRABACCHI, Naturwiss, 31, 231, (1943); N. Cim., 1, 253 (1943).

<sup>(6)</sup> D. C. GRAHAME, G. T. SEABORG, Phys. Rev., 53, 795 (1938).

potrebbe però osservare che i neutroni usati si estendono su di un assai ampio intervallo di energia il cui estremo inferiore è piuttosto basso (7-13 MeV).

Infine Aoki Kikuchi e Wakatuki (1) hanno misurato la distribuzione angolare dei neutroni diffusi da Al, Fe e Pb; essi si sono serviti dei neutroni emessi nelle reazioni  $D + D$  e  $D + Li$  rivelati a mezzo di una camera di ionizzazione piena di metano ad alta pressione connessa ad un elettrometro.

Questi autori hanno trovato che l'intensità dei neutroni sparpagliati era assai maggiore in avanti che ai forti angoli. I loro dati però non si prestano molto per una discussione quantitativa così semplice quale quella sopra riassunta, in quanto per i neutroni della  $D + D$  si osservano ancora dei fenomeni di risonanza assai marcati, e i neutroni della  $D + Li$  hanno notoriamente uno spettro che si estende da oltre 14 MeV fino al di sotto di 1 MeV. Indicazioni di carattere qualitativo o quasi sulla prevalenza in avanti dello sparpagliamento dei neutroni veloci sono state raccolte anche da altri autori (2).

Ci è quindi sembrato opportuno eseguire uno studio sistematico di questi fenomeni, usando uno spettro neutronico di energia media il più elevato possibile e al tempo stesso il più ristretto possibile in modo che la corrispondente lunghezza d'onda avesse un valore ben definito che soddisfacesse con sicurezza la condizione (3).

A queste condizioni soddisfa assai bene lo spettro dei neutroni della  $D + Li$  qualora questi vengano rivelati a mezzo dell'attività indotta nel rame secondo il processo  $^{63}\text{Cu}(n, 2n)^{62}\text{Cu}(9, 9\text{min})$  il quale possiede la soglia energetica a 11 MeV.

Per quanto si sappia assai poco sulla dipendenza della sezione d'urto di questo processo dalla energia del neutrone incidente nell'intervallo di energia che ci interessa (11-15 MeV) si può valutare che l'energia media dei neutroni emessi a  $90^\circ$  con la direzione dei deutoni (di 0,9 MeV) incidenti su di una targhetta di Li e rivelati con il suddetto processo del Cu, sia di circa 14 MeV (4), (5). Introducendo questo valore nella (1) si ricava:

(1) H. AOKI, Proc. Mat. Phys. Jap., 21, 232 (1939); S. KIKUCHI, H. AOKI, T. WAKATUKI, Proc. Mat. Phys. Jap., 21, 410 (1939); Phys. Rev. 55, 1264 (1939); T. WAKATUKI, S. KIKUCHI, Proc. Mat. Phys. Jap., 21, 656 (1939).

(2) R. F. BACHER, Phys. Rev., 57, 352 (1940).

$$(5) \quad \frac{\lambda}{2\pi} = 1,21 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

la quale soddisfa la condizione (2) per nuclei di peso atomico elevato e medio (Pb  $R \sim 9 \cdot 10^{-13}$ ; Cu  $R \sim 7 \cdot 10^{-13}$ ; Al  $R \sim 6 \cdot 10^{-13}$  cm).

Facendo uso di questi neutroni ci siamo proposti di eseguire le tre seguenti esperienze:

- 1) Misurare la sezione d'urto totale  $\sigma_{\text{no}} + \sigma_s = \sigma$ .
- 2) Misurare la sezione d'urto per formazione del nucleo composto  $\sigma_{\text{no}}$  (più precisamente la sezione d'urto per assorbimento + urto anelastico  $\sigma_a$ ).
- 3) Misurare la sezione d'urto differenziale per sparpagliamento elastico  $\sigma_e$ , in funzione dell'angolo  $\theta$  di sparpagliamento.

Le esperienze iniziate nella primavera del 1943 e interrotte più volte lungamente per ragioni di carattere generale, sono state riprese solo alla fine del 1945. Notizie preliminari sui risultati sono già state pubblicate (<sup>9</sup>).

Recentemente è apparso un lavoro di Sherr (<sup>10</sup>) in cui viene misurata per 7 elementi la sezione d'urto totale  $\sigma_{\text{no}} + \sigma_s$  relativa a neutroni appartenenti all'intervallo di energia 21-25 MeV; anche questo autore si è servito dello spettro dei neutroni del Li bombardato con deutoni (di 10 MeV) i quali venivano rivelati a mezzo dell'attività indotta nel carbonio secondo il processo  $^{12}\text{C}(n, 2n)^{11}\text{C}(20,5\text{min})$  il quale ha la soglia energetica a 21 MeV.

Sui risultati sia di questo che degli altri autori precedentemente citati torneremo nel paragrafo 5 in occasione della discussione delle conclusioni tratte dalle nostre esperienze.

## II. — MISURE DELLA SEZIONE D'URTO TOTALE $\sigma = \sigma_{\text{no}} + \sigma_s$

Per la misura della sezione d'urto totale ci siamo serviti della stessa disposizione impiegata in un lavoro precedente (<sup>9</sup>) per misurare la sezione d'urto totale del C, H e D.

I rivelatori consistevano in cilindretti di rame dello spessore di 1 mm, 25 mm di diametro e 40 mm di altezza, posti a 40 cm di distanza dal centro della targhetta in un piano perpendicolare alla direzione dei deutoni incidenti. L'area utile della targhetta era limitata, a mezzo di un

(<sup>9</sup>) E. AMALDI, D. BOCCIARELLI, B. N. CACCIAPUOTI, G. C. TRABACCHI, Rend. Linc., 1, 29 (1946); N. Cim., 3, 15 (1946).

(<sup>10</sup>) R. SHERR, Phys. Rev., 68, 240 (1945).

diaframma di ferro, ad un disco di 20 mm di diametro. Il diffusore dell'elemento da studiare veniva posto, in forma di cilindro di 4 cm di diametro e altezza variabile tra 2 e 6 cm a metà distanza fra la sorgente e il rivelatore. Dato che il rame si attiva fortemente con i neutroni lenti con un periodo di 5 min. durante l'irraggiamento i cilindretti di Cu erano protetti da uno strato di Cd di  $0,78 \text{ g/cm}^2$  di spessore; si deve tuttavia tener presente che nelle nostre condizioni il numero dei neutroni lenti era pressochè trascurabile.

Allo scopo di ridurre al minimo il numero dei neutroni sparpagliati dagli oggetti circostanti questi ultimi erano stati allontanati il più possibile e il rivelatore e il diffusore venivano sorretti nelle loro posizioni da una lamina di alluminio di 1 mm di spessore e 3 cm di larghezza, fissata direttamente all'estremità del tubo, sulla quale erano tracciate opportune linee di fede che permettevano di riprodurre con buona precisione l'allineamento e le distanze nelle misure successive.

Allo scopo di eliminare l'influenza delle variazioni della intensità del tubo da misura a misura abbiamo disposto, in due direzioni formanti fra loro un angolo di circa  $90^\circ$ , due lamine di alluminio del tipo di quella sopra descritta, ognuna delle quali portava un cilindretto di Cu protetto da Cd. Il diffusore veniva posto sul percorso dei neutroni diretti verso uno dei due rivelatori che venivano irraggiati 10 min.

Finito l'irraggiamento i due cilindretti di Cu venivano portati a due contatori di vetro a pareti sottili, collegati a due amplificatori e scale di 8, e veniva determinato il numero totale degli impulsi registrati dai due sistemi di registrazione in 20 min a partire da 1 min dopo la fine dell'irraggiamento. Prima e dopo ogni misura di attività del Cu venivano misurati l'effetto di zero e la sensibilità dei due contatori.

Per eliminare l'influenza sia delle variazioni dell'intensità del tubo sia del diverso rendimento dei due sistemi di registrazione ci siamo serviti del procedimento della « doppia misura » impiegato da Ageno nello studio delle radiazioni emesse dal Rh <sup>(11)</sup>. Tale metodo consiste nel ripetere la misura scambiando solo la posizione dello sparpagliatore rispetto ai rivelatori. La frazione trasmessa è allora data da:

(11) M. AGENO, N. Cim., 1, 415 (1943).

$$(6) \quad T(Z_0) = \sqrt{\frac{N_1(Z_0)}{N_2(0)} \cdot \frac{N'_2(Z_0)}{N'_1(0)}}$$

dove  $N_1(Z_0)$  e  $N_2(Z_0)$  sono i numeri registrati dal 1° e 2° contatore dopo il primo irraggiamento (con il diffusore di spessore  $Z_0$  sul percorso dei neutroni diretti al rivelatore 1°), e  $N'_2(Z_0)$  e  $N'_1(0)$  i numeri registrati dai contatori 2° e 1° dopo il secondo irraggiamento (con il diffusore sul percorso dei neutroni diretti al rivelatore 2°).

Come è mostrato nel sopracitato lavoro, il valore  $T(Z_0)$  quale si deduce dalla (6) è indipendente sia dalle variazioni dell'intensità del tubo nei due irraggiamenti successivi, sia dal diverso rendimento dei due impianti di registrazione. Con questo procedimento abbiamo studiato 18 elementi per ognuno dei quali abbiamo usato almeno due spessori  $Z_0$  del diffusore (di solito compresi fra 4 e 6 cm) salvo che per il B e l'Au elementi di cui disponevamo solo quantità assai limitate; le misure sono state poi assai spesso ripetute due o più volte con lo stesso spessore del diffusore.

Per accertarci che sulle nostre condizioni sperimentali il numero dei neutroni sparpagliati dagli oggetti circostanti e dalle pareti non fosse eccessivo, abbiamo verificato che l'attivazione del Cu variasse, sull'intorno di 40 cm, con legge inversamente proporzionale al quadrato della distanza. I risultati di queste misure riportati nella tabella 1 sembrano indicare che nelle nostre condizioni il fondo è assai limitato; data l'entità degli errori di misura non è impossibile però escludere l'essenza di un fondo pari al 2 o 3 % dell'intensità a  $r = 40$  cm.

TABELLA 1.

$r$ in cm	$I_{sp}$	$\frac{40^2}{r^2}$
30	$1,73 \pm 0,02$	1,78
40	1	1
50	$0,64 \pm 0,016$	0,64

Un limite superiore per il valore da attribuire al fondo si può dedurre dalle misure che esporremo nel paragrafo 4; da esse è risultato che ad 80 cm dalla targhetta vi è un fondo pari a poco meno del 20 % dell'intensità totale a quella distanza, per modo che, ammettendo che esso sia indipendente da  $r$ , si dedurrebbe che a 40 cm dalla targhetta il fondo rappresenta il 5 % del totale. Questo valore è certamente troppo alto in

quanto nelle esperienze che esporremo nel paragrafo 4, per necessità di cose, gli oggetti circostanti l'estremità del tubo e il rivelatore erano assai più di quanto essi non fossero nelle esperienze discusse nel presente paragrafo. Ci è quindi sembrato ragionevole assumere per le misure esposte in questo paragrafo un fondo del 2,5% il quale è compatibile con i dati della tabella 1 e con i risultati delle misure del paragrafo 4; nella discussione dei risultati si dovrà però tener presente che all'errore di misura vero e proprio va aggiunta una ulteriore incertezza del 2,5% dovuta a questa correzione del fondo.

Per poter dedurre dai valori delle frazioni trasmesse  $T(Z_0)$ , corrette per il fondo, i valori delle corrispondenti sezioni d'urto è necessario introdurre una ulteriore correzione per tener conto dei neutroni, che pur avendo subito entro il diffusore uno o più urti, vanno ancora a colpire il rivelatore. E' facile riconoscere che la frazione trasmessa si può porre nella forma:

$$(7) \quad T(Z_0) = e^{-\frac{Z_0}{\Lambda}} \left( 1 + a \frac{Z_0}{\Lambda} + b \left( \frac{Z_0}{\Lambda} \right)^2 + \dots \right)$$

dove  $\Lambda = \frac{1}{N\sigma}$  è il cammino libero medio corrispondente alla sezione d'urto totale  $\sigma$  che si vuol misurare; i termini  $a \frac{Z_0}{\Lambda}$ ,  $b \left( \frac{Z_0}{\Lambda} \right)^2$  rappresentano il contributo percentuale apportato dai neutroni, che hanno subito rispettivamente uno e due urti entro il diffusore. I valori di  $a$  e  $b$  dipendono evidentemente dalle condizioni geometriche del dispositivo sperimentale e dall'andamento della sezione d'urto differenziale  $\sigma'$  per sparpagliamento elastico. Come mostreremo nell'Appendice I, per le nostre condizioni sperimentali e assumendo per  $\sigma'$  un andamento del tipo di quello dato dalla (4) si ricava con sufficiente approssimazione:

$$(8) \quad a = 2 \cdot 10^{-2} k^2 R^2 \left\{ \frac{1}{4} - 1,15 \cdot 10^{-3} k^2 R^2 \right\}$$

dove  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  ed  $R$  è il raggio del nucleo studiato per il quale abbiamo usato l'espressione, data da Frankel <sup>(12)</sup>

$$(9) \quad R = (2,3 + 1,25 A^{1/3}) \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

(12) S. FRANKEL, Phys. Rev., 59, 216 (1941).

Nella stessa Appendice I mostreremo poi che il termine in  $\left(\frac{Z_0}{\Delta}\right)^2$  è trascurabile.

I valori di  $a$  quali risultano dalle (5), (8) e (9) sono dati nella seconda colonna della tabella II per tutti gli elementi studiati.

TABELLA II.

Elemento	$a \times 10^3$	$\sigma \times 10^{21}$ cm <sup>2</sup>	Errore statistico Scarto quadratico
4 Be	7,6	0,65 ± 0,03	1,5
5 B	8,1	1,16 ± 0,13	—
12 Mg	10,7	1,83 ± 0,09	0,55
13 Al	11,1	1,92 ± 0,08	0,63
16 S	11,8	1,58 ± 0,09	2
26 Fe	14,5	2,75 ± 0,05	1,2
28 Ni	14,8	2,62 ± 0,06	1,5
29 Cu	15,2	2,86 ± 0,13	0,3
30 Zn	15,4	3,03 ± 0,15	3
34 Se	16,4	3,35 ± 0,18	0,55
47 Ag	18,4	3,82 ± 0,09	1,3
48 Cd	18,6	4,25 ± 0,07	2,3
50 Sn	19,0	4,52 ± 0,09	4
51 Sb	19,1	4,35 ± 0,10	10
79 Au	22,4	4,68 ± 0,9	0,23
80 Hg	22,5	5,64 ± 0,19	0,58
82 Pb	22,8	5,05 ± 0,08	0,87
83 Bi	22,8	5,17 ± 0,11	3,7

Con questi valori di  $a$  applicando la (7) a ciascun valore di  $T(Z_0)$  quale si ricava a mezzo della (6) da ciascuna « doppia misura » sono state calcolate le sezioni d'urto, nonchè i corrispondenti errori, quali risultano, applicando le normali regole di propagazione degli errori di Gauss agli errori statistici da cui sono affetti i numeri di impulsi  $N_1(Z_0)$ ,  $N_2(0)$ ,  $N'_1(0)$ ,  $N'_2(Z_0)$  effettivamente contati. Nella terza colonna della tabella II sono date le medie aritmetiche dei diversi valori ottenuti in tal modo per uno stesso elemento. Allo scopo di controllare la « consistenza interna » delle nostre misure, abbiamo provato anche a fare le medie pesate dei valori delle sezioni d'urto relative a ciascun elemento, prendendo come peso l'inverso del quadrato dell'errore statistico; i valori ottenuti con



questi due procedimenti di media sono risultati sempre in accordo assai soddisfacente ossia con uno scarto fra loro inferiore o dell'ordine dello scarto quadratico medio.

Anche gli errori sulle medie sono stati calcolati in due modi: una volta dagli scarti quadratici medi delle singole misure dalla loro media aritmetica ed una volta partendo dagli errori statistici da cui sono affette le singole misure; gli errori calcolati in questi due modi sono risultati sempre dello stesso ordine di grandezza, come risulta dalla quarta colonna della tabella II, ove sono riprodotti i rapporti degli errori statistici agli errori quadratici medi; dall'esame di questi dati si può concludere che i nostri risultati non sono affetti da altri errori casuali rilevanti di origine diversa da quelli puramente statistici. Ad ogni modo l'errore indicato accanto a ciascun risultato della tabella II è sempre il maggiore dei due errori sopra discussi. Come risulta dalla discussione fatta

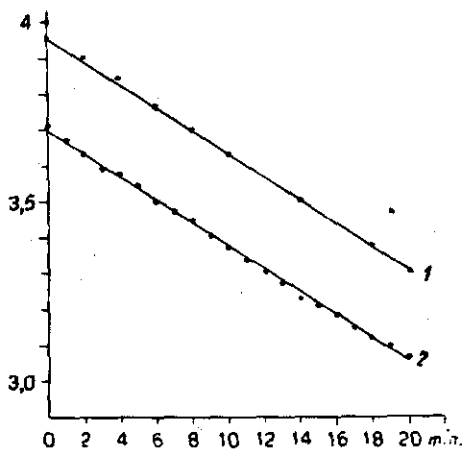


FIG. 1.

al principio del presente paragrafo a proposito del « fondo », agli errori indicati, si deve aggiungere una incertezza del 2,5%, dovuto all'aver tenuto conto in modo imperfetto di questa correzione.

Come controllo che le attività dei cilindretti di rame da noi misurate fossero dovute al processo  $^{62}\text{Cu} (n, 2n) ^{63}\text{Cu}$  abbiamo costruito la corrispondente curva di decadimento, sommando gli impulsi, contati di minuto in minuto in tutti gli irraggiamenti eseguiti per raccogliere i dati da cui sono state dedotte le sezioni d'urto date nella tabella II. Tale curva di decadimento è riprodotta in grafico semilogaritmico nella figura 1 (curva 1); da essa risulta un periodo di dimezzamento  $T=9,5$  min, valore assai soddisfacente se confrontato con misure precedenti (9,9 min) <sup>(13)</sup>.

(13) J. MATTAUCH, S. FLÜGGE, Kernphysikalische Tabellen, Berlino (1942).

III. — MISURE DELLA SEZIONE D'URTO PER FORMAZIONE  
DEL NUCLEO COMPOSTO  $\sigma_{nc}$  (\*).

La misura diretta di questa grandezza non è in realtà possibile, in quanto, come si è già ricordato nell'introduzione, fra tutti i processi con cui il nucleo composto si libera della sua energia di eccitazione, vi è la emissione di un neutrone di energia uguale a quella del neutrone incidente. E' ora evidente che i neutroni sparpagliati elasticamente con questo meccanismo non possono venir facilmente distinti da quelli sparpagliati per diffrazione d'ombra <sup>(1)</sup> <sup>(2)</sup>.

Ne segue che, ciò che si può sperare di misurare, qualora si elimini completamente l'effetto dello sparpagliamento elastico, è la sezione d'urto per assorbimento + urto anelastico  $\sigma_a$ , ossia una grandezza un poco inferiore alla sezione d'urto per formazione del nucleo composto.

La differenza fra la sezione d'urto  $\sigma_{nc}$  e la sezione d'urto  $\sigma_a$  che si misura viene in pratica accentuata se si usa un sistema di rivelazione dei neutroni incidenti. Tali condizioni sono soddisfatte abbastanza bene nelle energie dei neutroni incidenti. E' infatti evidente che in questo caso anche i neutroni che abbiano subito un urto anelastico, in cui abbiano perso così poca energia da rimanere al di sopra della soglia del rivelatore, ci appariranno come neutroni sparpagliati elasticamente.

Una esperienza di questo tipo sarà quindi tanto migliore, quanto più la energia della soglia del rivelatore differisce di poco dall'energia dei neutroni incidenti. Tali condizioni sono soddisfatte abbastanza bene nelle nostre esperienze, eseguite con i neutroni della  $D + Li$  rivelati a mezzo del processo  $(n, 2n)$  del  $Cu$ ; d'altra parte, secondo la teoria del nucleo composto si può valutare che la sezione d'urto  $\sigma_a$  sia praticamente eguale alla sezione d'urto per formazione del nucleo composto.

In linea di principio per misurare  $\sigma_a$  ci si può servire del seguente dispositivo (fig. 2): attorno alla sorgente di neutroni  $S$  puntiforme e monoenergetica sia disposto uno strato di spessore  $Z_0$  dell'elemento da studiare, avente forma sferica; e si confrontino fra loro i flussi di neutroni di energia uguale a quella iniziale che attraversano la superficie  $a$  con e

(\*) Le esperienze relative a questo paragrafo sono dovute esclusivamente a B. N. Cacciapuoti.

senza diffusore. Il rapporto di tali numeri dipende essenzialmente dalla sezione d'urto per assorbimento + urti anelastici  $\sigma_a$ , mentre l'effetto dello sparpagliamento elastico si fa risentire solo in quanto lo spessore medio dello strato di materiale attraversato dai neutroni è maggiore di  $Z_0$ ; tale spessore risulta esattamente uguale a  $Z_0$  solo se lo sparpagliamento elastico avviene completamente in avanti.

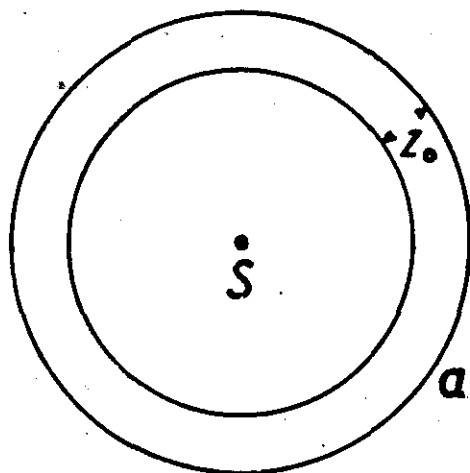


FIG. 2.

Rimandando all'Appendice II per una discussione più approfondita della cosa, ci limitiamo ad osservare che nelle condizioni schematiche della fig. 2 si ha per la frazione trasmessa:

$$(10) \quad T(Z_0) = e^{-\frac{Z_0}{\Lambda_a}} f(Z_0)$$

dove  $\Lambda_a = \frac{1}{N\sigma_a}$  è il cammino libero medio per assorbimento + urto anelastico, e

$$(11) \quad f(Z_0) = e^{-\frac{Z_0}{\Lambda_a}} \left\{ 1 + a_1 \frac{Z_0}{\Lambda_a} + a_2 \frac{1}{2} \left( \frac{Z_0}{\Lambda_a} \right)^2 + a_3 \frac{1}{3!} \left( \frac{Z_0}{\Lambda_a} \right)^3 + \dots \right\}$$

dove  $a_1, a_2$  sono delle funzioni di  $Z_0$  generalmente minori di 1; esse diventano costanti ed uguali a 1 nel caso di sparpagliamento elastico completamente in avanti.

Le condizioni sperimentali da noi realizzate in pratica si scostano sensibilmente da quelle sopra descritte in quanto lo strato di materiale assorbente era piano anzichè sferico attorno alla sorgente; il rivelatore, di cui parleremo fra poco era situato a pochi millimetri dalla superficie esterna dell'assorbitore (pari a  $20 \times 40 \text{ cm}^2$ ) ad una distanza di 14,5 cm dal centro della sorgente (che al solito aveva un diametro di 2 cm), in una direzione formante  $90^\circ$  con quella dei deutoni incidenti. Dato però che lo sparpagliamento elastico avviene principalmente in avanti come

vuole la (4) e come è mostrato per lo meno nel caso del Pb dalle misure espote nel paragrafo 4, è ragionevole aspettarsi che la notevole differenza fra la geometria della fig. 2 e quella effettivamente impiegata non alteri sensibilmente i risultati. Per il Pb per esempio, il grosso dello sparpagliamento elastico avviene entro un cono di apertura inferiore ai  $35-40^\circ$  per modo che solo una parte assai limitata dell'assorbitore nelle immediate vicinanze del rivelatore contribuisce ai neutroni sparpagliati che attivano il rivelatore medesimo.

Allo scopo di avere un rivelatore di flusso la cui sensibilità fosse indipendente dalla distribuzione angolare dei neutroni incidenti, la quale è evidentemente diversa in assenza e in presenza di un assorbitore, abbiamo usato una sfera di rame di 24 mm di diametro (schermato con  $0,78 \text{ g/cm}^2$  di Cd) la quale era montata su di un asse perpendicolare alla direzione dei neutroni incidenti, mantenuta in rotazione durante l'irraggiamento. Finito l'irraggiamento, che durava 10 min. questa sferetta veniva montata, accanto al contatore destinato alla misura della sua attività, su di un asse perpendicolare al precedente, pur mantenuto in rotazione durante tutto il tempo della misura. In questo modo il numero degli impulsi, contati in 20 min. a partire da 1 minuto dopo la fine dell'irraggiamento, risulta proporzionale all'attività della sfera integrata su tutta la superficie. Al solito prima e dopo ogni misura di attività del Cu, veniva misurata la sensibilità e l'effetto di zero del contatore. Per misurare l'intensità dell'emissione neutronica da parte del tubo durante l'irraggiamento, contemporaneamente alla sferetta sopra descritta, veniva sempre irradiata una lastrina di Cu di  $4 \times 4 \text{ cm}^2$ , protetta da Cd, posta subito al di sotto della targhetta, nella direzione dei deutoni incidenti, la cui attività veniva poi misurata con una camera di ionizzazione connessa ad un elettrometro.

Misure di questo tipo sono state ripetute 5 volte con due diversi spessori  $\sim 5$  e  $10 \text{ cm}$ ) per ciascuno degli elementi Al, Fe, Hg, Pb.

Nella tabella III sono riportate le medie pesate dei risultati di queste misure, quali sono stati dedotti, applicando alla frazione trasmessa la (10) e trascurando il fattore di correzione (11); quest'ultimo infatti, in tutti i casi considerati, differisce dall'unità meno dell'errore sperimentale come si riconosce dall'esame della seconda colonna della tabella III dove sono dati, a titolo di indicazione i valori di  $f$  (10).

TABELLA III.

	$r(10)$	$\sigma_a$
Al . . . . .	0,96	$0,99 \pm 0,04$
Fe . . . . .	0,93	$1,43 \pm 0,05$
Hg . . . . .		$2,47 \pm 0,12$
Pb . . . . .	1,01	$2,22 \pm 0,05$

Nello stesso ordine di idee non è stata apportata alcuna correzione per la presenza di un eventuale fondo dovuto a neutroni sparpagliati dalle pareti e dagli oggetti circostanti i quali per altro erano ridotti al minimo; data la piccola distanza (14,5 cm) a cui si trovava il rivelatore dalla targhetta, tale fondo non poteva rappresentare più dell'1% della intensità diretta. La curva 2 della fig. 1 è analoga alla curva 1 della stessa figura, salvo che si riferisce alle misure esposte in questo paragrafo; essa corrisponde a  $T = 9,5$  min.

IV. — MISURE DELLA SEZIONE D'URTO DIFFERENZIALE  
DELLO SPARPAGLIAMENTO ELASTICO

Allo scopo di misurare i neutroni sparpagliati elasticamente sotto diversi angoli  $\theta$  rispetto alla direzione dei neutroni incidenti abbiamo studiato un dispositivo che permettesse di realizzare una intensità relativamente elevata e una buona definizione angolare. Il principio del metodo è rappresentato schematicamente nella fig. 3 ove S e Cu indicano rispettivamente la sorgente di neutroni e il rivelatore (al solito di rame schermato con Cd) posti ad una distanza D uno dall'altro.

La sezione del diffusore (segnata in grosso nella fig. 3) è limitata da due archi di cerchio passanti per S e Cu, i cui raggi sono rispettivamente:

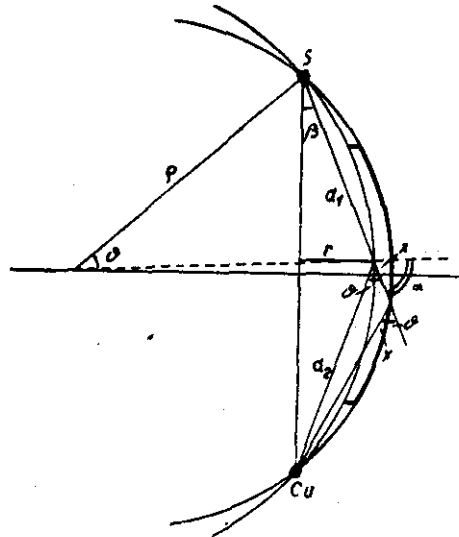


FIG. 3.

$$(12) \quad \rho = \frac{D}{2 \operatorname{sen} \vartheta} \quad \rho' = \frac{D}{2 \operatorname{sen} \vartheta'}$$

Se ora immaginiamo di far ruotare attorno alla retta S-Cu la sezione del diffusore segnata in grosso nella fig. 3 si ottiene un solido di rotazione avente la forma di una specie di botte tale che tutti i neutroni uscenti da S e che in seguito ad un ed un sol urto vadano a passare per Cu sono stati sparpagliati sotto un angolo compreso fra  $\vartheta$  e  $\vartheta'$ .

Detto  $N_n$  il numero dei neutroni emessi dalla sorgente su tutto l'angolo solido ed R l'area del rivelatore si ha la seguente espressione per il numero  $n(\bar{\vartheta})$  dei neutroni che in seguito ad uno ed un sol urto vanno a passare per il rivelatore.

$$(13) \quad n(\bar{\vartheta}) = N_n \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{2\pi r}{4\pi d_1} ds \cdot \cos \alpha \cdot NX \sigma'_s(\bar{\vartheta}) \frac{R}{d_2^2}$$

$N$  è il numero di atomi per  $\text{cm}^3$  del diffusore,  $ds$  l'arco elementare di cerchio; il significato delle altre grandezze risulta dalla fig. 3.

Nel dedurre la (13) è stata fatta l'ipotesi di poter trascurare l'assorbimento subito dai neutroni entro il diffusore; tale relazione vale quindi esattamente solo nel caso in cui gli angoli  $\vartheta$  e  $\vartheta'$  differiscano fra loro infinitamente poco, cosa questa assai lontana dalla pratica, dato che, come vedremo, il massimo spessore  $X$  attraversato dai neutroni incidenti era confrontabile con il cammino libero medio totale  $\Lambda$ . In un secondo tempo terremo conto di questa circostanza. Con considerazioni di trigonometria elementare si riconosce dalla fig. 3 che si ha:

$$(14) \quad \begin{aligned} r &= d_1 \operatorname{sen} \beta & \cos \alpha \cdot ds &= d_1 \cdot d\beta & \cos \alpha &= \operatorname{sen}(\vartheta - \beta) & d_1 &= 2\rho \operatorname{sen}(\vartheta - \beta) \\ X &= D \frac{\operatorname{sen}(\vartheta' - \vartheta)}{\operatorname{sen} \vartheta \cdot \operatorname{sen} \vartheta'} \operatorname{sen} \beta & X' &= D \frac{\operatorname{sen}(\vartheta' - \vartheta)}{\operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} \vartheta'} \cdot \operatorname{sen}(\vartheta' - \beta) \end{aligned}$$

che introdotte nella (13) danno:

$$n(\bar{\vartheta}) = N_n \frac{ND}{2} \cdot \frac{\operatorname{sen}(\vartheta' - \vartheta)}{\operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} \vartheta'} \sigma'_s(\bar{\vartheta}) R \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{d_2^2} d\beta$$

Prendendo per  $d_2$  la distanza fra il rivelatore e il punto medio del segmento  $X$  si ha:

$$d_2 = \frac{D}{\operatorname{sen} \vartheta} \operatorname{sen} \beta$$

che introdotta nella precedente dà

$$n(\bar{\vartheta}) = \frac{N_n R}{2 D} \cdot N \sigma'_a(\bar{\vartheta}) \frac{\text{sen}^2 \bar{\vartheta}}{\text{sen} \bar{\vartheta} \text{sen} \bar{\vartheta}'} \cdot \text{sen}(\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}) (\beta_2 - \beta_1)$$

Dividendo questa espressione per l'intensità diretta  $I = N_n \frac{R}{4\pi D^2}$  si ha in fine:

$$(15) \quad S(\bar{\vartheta}) = \frac{n(\bar{\vartheta})}{I} = 2\pi D \sigma'_a(\bar{\vartheta}) N \frac{\text{sen}^2 \bar{\vartheta}}{\text{sen} \bar{\vartheta} \text{sen} \bar{\vartheta}'} \cdot \text{sen}(\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}) (\beta_2 - \beta_1)$$

la quale va ancora corretta per tener conto dell'assorbimento subito dai neutroni entro il diffusore.

Rimandando all'Appendice III per una discussione di questo punto, possiamo concludere che la percentuale  $S(\bar{\vartheta})$  di neutroni sparpagliati verso il rivelatore è data dalla seguente espressione:

$$(16) \quad S(\bar{\vartheta}) = D \sigma'_a(\bar{\vartheta}) N G F$$

dove

$$(17) \quad G = 2\pi \frac{\text{sen}^2 \bar{\vartheta}}{\text{sen} \bar{\vartheta} \text{sen} \bar{\vartheta}'} (\beta_2 - \beta_1) \text{sen}(\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}) = 2\pi \text{sen}(\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}) (\beta_2 - \beta_1)$$

ove si è tenuto conto del fatto che  $\bar{\vartheta}$  e  $\bar{\vartheta}'$  differiscono di poco fra loro e che  $\bar{\vartheta}$  il loro valore medio, e al posto di  $\beta_1$  e  $\beta_2$  si sono sostituiti i corrispondenti angoli relativi al cerchio medio;

$$(18) \quad F = \frac{\Lambda}{X + X'} \left( 1 - e^{-\frac{X + X'}{\Lambda}} \right)$$

è il fattore calcolato nell'Appendice III per tener conto dell'assorbimento subito dai neutroni nel diffusore.

Esperienze di questo tipo sono state eseguite con il piombo. Fissata la distanza  $D$  fra la sorgente e il rivelatore pari a 80 cm, abbiamo costruito 9 diffusori, fig. 4, corrispondenti ai valori degli angoli  $\bar{\vartheta}$  e  $\bar{\vartheta}'$  indicati nella tabella IV; il valore di  $\bar{\vartheta}'$  è stato scelto in ciascuno caso in modo che la lunghezza  $X + X'$  risultasse all'incirca la stessa per tutti i diffusori:

$$\frac{X + X'}{D} = 0,099;$$

come risulta dalla (18) in queste condizioni, qualora si prescindano dagli urti doppi, i diversi diffusori hanno tutti lo stesso fattore di assorbimento  $F$ .

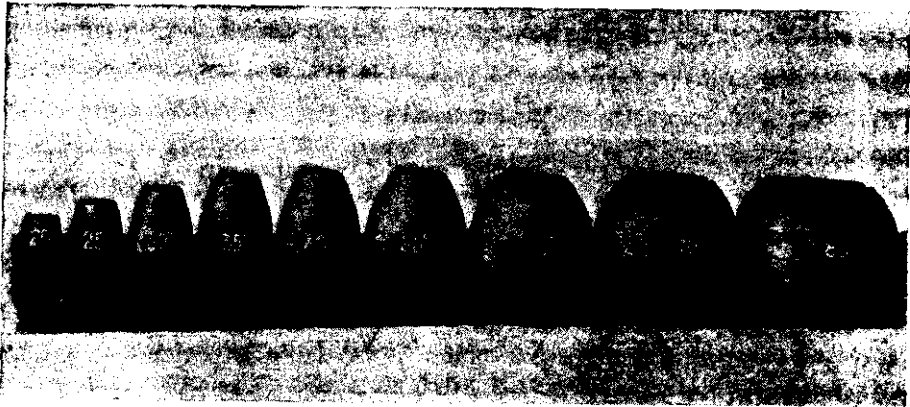


FIG. 4.

TABELLA IV.

$\theta$	$\theta'$	$y$ cm	$\bar{\rho}_1$	$\bar{\rho}_2$	$\frac{X+X'}{D}$	$P_{ap}$ kg	$P_{teor}$ kg	$\frac{P_{ap}}{P_{teor}}$	$G$ $\times 10^2$	$GF$ $\times 10^2$	$(GF)_c$ $\times 10^2$	$\Omega_L$
20°	21°55'	20	5°20'	15°40'	0,0994	18,55	12,42	1,09	3,80	2,11	2,20	0,983
25°	27°20'	23,1	5°55'	20°55'	0,0987	19,20	21,44	0,89	6,69	3,72	3,51	0,970
30°	32°40'	25,8	5°45'	25°30'	0,0962	34,6	32,54	1,06	10,1	5,70	5,85	0,954
35°	38°	28,6	5°50'	31°35'	0,0954	52,85	46,80	1,13	14,8	8,35	8,86	0,928
40°	43°20'	29,9	5°55'	35°45'	0,0957	71,0	63,4	1,12	19,0	10,7	11,3	0,908
50°	53°50'	30,1	7°52'	44°	0,0956	106,3	105,4	1,01	26,5	14,9	15,0	0,864
60°	64°	29,7	10°15'	51°45'	0,0920	156,5	152,2	1,03	31,8	18,3	18,6	0,817
70°	74°10'	30,0	13°15'	58°50'	0,0932	228,8	229,9	0,99	36,3	20,8	20,7	0,772
80°	84°	29,7	17°5'	65°	0,0913	294,4	314,1	0,94	36,7	21,2	20,6	0,733

Una volta costruiti i diffusori abbiamo verificato che la loro forma corrispondeva con sufficiente precisione ai risultati dei calcoli. Piccole inevitabili differenze (dell'ordine al massimo di 1 mm) non hanno evidentemente importanza per il corrispondente valore dell'angolo medio di diffusione ma non possono essere trascurate agli effetti dello spessore di piombo attraversato dai neutroni diffusi. Per tener conto di questo fatto abbiamo misurato il peso  $P_{ap}$  di ciascun diffusore e lo abbiamo confrontato con il peso  $P_{teor}$  che essi avrebbero dovuto avere qualora avessero avuto esattamente la forma geometrica prestabilita. E' ora chiaro che, una volta fissata la loro altezza  $2y$  e il raggio  $\rho$  della superficie interna, il rapporto  $P_{ap}/P_{teor}$  ci fornisce il rapporto fra lo spessore effettivo e lo spessore teorico, ossia il fattore per cui bisogna moltiplicare i valori calcolati di  $X+X'$  per dedurre i corrispondenti valori effettivamente realizzati.



I valori del prodotto  $(G, F)$  dati nella colonna 12<sup>a</sup> della tabella IV sono ottenuti tenendo conto di questa correzione.

Un'altra circostanza di cui bisogna tener conto è la seguente. La (16) vale evidentemente nell'ipotesi che la sorgente di neutroni sia isotropa mentre i neutroni della  $D + Li$  hanno una distribuzione angolare sensibilmente spostata in avanti <sup>(14)</sup>; a ciò si aggiunga che l'energia dei neutroni varia al variare dell'angolo di emissione rispetto alla direzione dei deutoni incidenti.

Abbiamo quindi eseguito una misura della distribuzione angolare dei neutroni della  $D + Li$ , usando come rivelatori i cilindretti di rame schermati con Cd che descriveremo fra poco, nell'intorno della direzione formante un angolo  $\psi = 90^\circ$

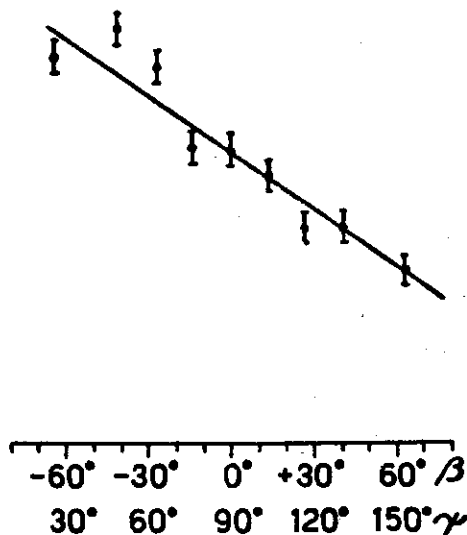


FIG. 5.

( $\beta = 0^\circ$ ) con quella dei deutoni incidenti. I risultati di queste misure sono riprodotti nella fig. 5 dalla quale si riconosce che nell'intervallo angolare studiato la intensità della nostra radiazione ha un andamento sensibilmente simmetrico rispetto alla direzione  $\psi = 90^\circ$  ( $\beta = 0^\circ$ ). In tali condizioni si può evidentemente ancora applicare la (16) senza introdurre alcuna correzione.

I neutroni diretti dalla sorgente verso il rivelatore venivano schermati inserendo sul loro percorso un tubo di alluminio di 40 cm di lunghezza e di 2,4 cm di diametro pieno di paraffina all'estremo del quale era fissato uno strato di boro di 1,5 g/cm<sup>2</sup> di spessore. Allo scopo di garantire che il rivelatore rimanesse sempre nell'ombra della paraffina rispetto alla sorgente, il tubo di alluminio portava ai due estremi in linea con il suo

<sup>(14)</sup> M. AGENO, E. AMALDI, D. BOCCIARELLI, G. C. TRABACCHI, Rend. Acc. d'It., 2, 338 (1941).

asse due assicelle di acciaio di 3 mm di diametro una delle quali veniva appoggiata all'estremità del tubo in una posizione ben determinata mentre sull'altra veniva infilato il rivelatore: la lunghezza di queste due assicelle era tale da garantire che la distanza centro della sorgente-centro del rivelatore fosse di 80 cm (fig. 6). Questo ultimo era costituito da due cilindretti di Cu di  $\frac{1}{2}$  mm di spessore ciascuno alto 20 mm, che durante l'irraggiamento venivano infilati uno dentro l'altro a cannocchiale in modo da ridurre l'area del rivelatore a  $20 \times 20$  mm<sup>2</sup>. Finito l'irraggiamento

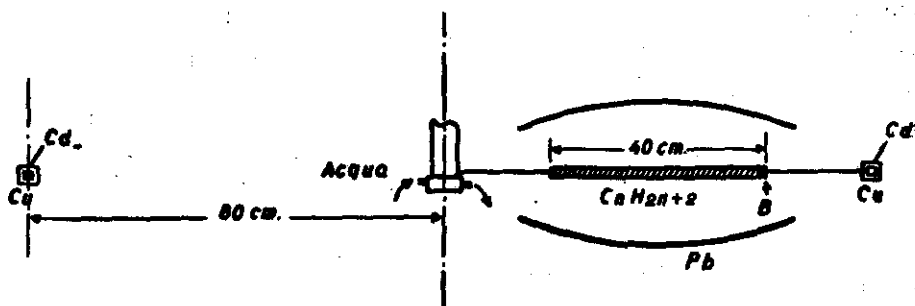


FIG. 6.

(10 min) i due cilindretti venivano sfilati l'uno dall'altro e posti attorno ad uno stesso contatore, uno sul prolungamento dell'altro in modo da aumentare di un fattore 2 l'area utilizzata per l'emissione dei raggi  $\beta$ . Al solito durante l'irraggiamento il rivelatore era schermato con  $\approx 1$  g/cm<sup>2</sup> di Cd.

Le altezze  $z$  e quindi gli angoli  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  (tabella iv) relativi ai diversi diffusori sono stati scelti in modo da utilizzare il massimo angolo solido possibile sia rispetto alla sorgente che rispetto al rivelatore.

Il diffusore era montato su di un opportuno supporto portato da un tavolo girevole attorno ad un asse verticale coincidente con l'asse del tubo (fig. 7); un secondo rivelatore uguale al precedente veniva posto a una distanza di 80 cm dalla parte opposta del diffusore in maniera da misurare la intensità diretta; per applicare il metodo della « doppia misura » a cui già si è accennato nel paragrafo 2, le misure venivano fatte a coppie una volta con il diffusore a destra e una volta con il diffusore a sinistra. Ai quattro numeri di impulsi registrati (al solito in 20 minuti di conteggio) dai due contatori veniva applicata la (6). Allo scopo di determinare il fondo  $f$  veniva allontanato il diffusore lasciando tutto il resto invariato.

La doppia misura è stata ripetuta almeno 20 volte con ciascun diffusore e 51 volte per il fondo. Questo ultimo è molto elevato ( $0,200 \pm 0,005$ ) e rappresenta il punto più delicato della presente esperienza per le ragioni che esporremo nel seguito.

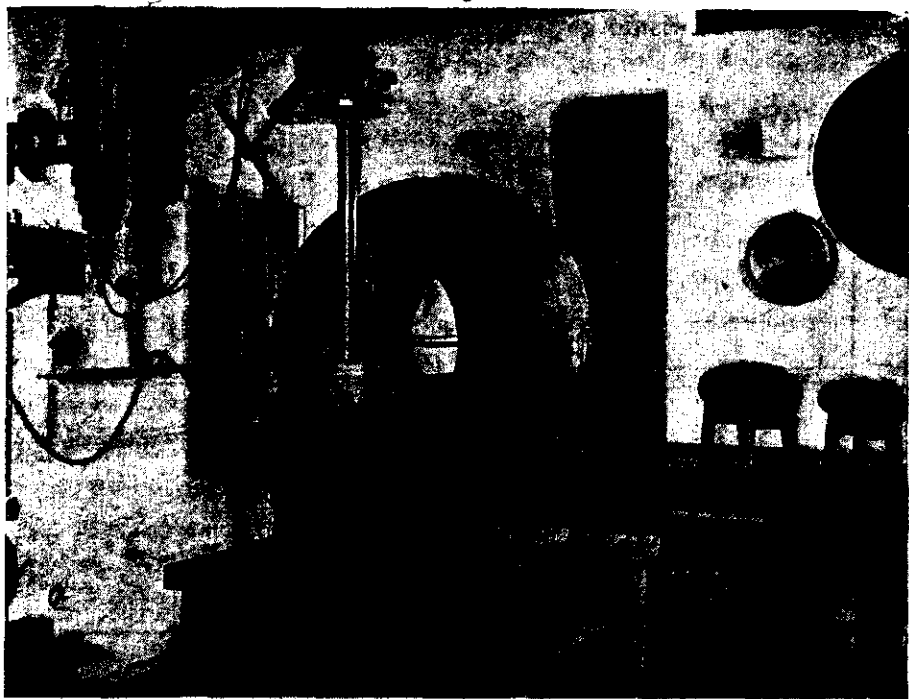


Fig. 7.

Le medie aritmetiche dei risultati delle misure con i corrispondenti scarti quadratici medi sono riportati nella colonna 2<sup>a</sup> della tabella v. Sono state calcolate anche le medie pesate, prendendo per ciascuna misura un peso proporzionale al quadrato dell'inverso dell'errore quale risultava dai numeri di impulsi registrati in base alle normali regole di propagazione degli errori. Le medie pesate sono sempre state in ottimo accordo con le medie aritmetiche. Così pure gli errori puramente statistici delle medie pesate sono sempre risultati di poco inferiori agli scarti quadrati medi; si può concludere che gli errori casuali da cui sono affette le nostre misure sono prevalentemente di origine statistica. I risultati delle misure sono riportati nella fig. 8 ove in ascisse è data la quantità  $(GF)_{\text{corr}}$ . Qualora  $\sigma'$

fosse una costante in funzione dell'angolo, tale grafico dovrebbe avere un andamento rettilineo. Esso invece presenta un andamento regolare ma oscillante.

La linea orizzontale marcata 1 rappresenta il fondo; la linea marcata 2 rappresenta il fondo corretto in base alla (20) come spiegheremo tra poco. Nella fig. 9 riproduciamo gli stessi risultati in funzione di  $\bar{\theta}$ .

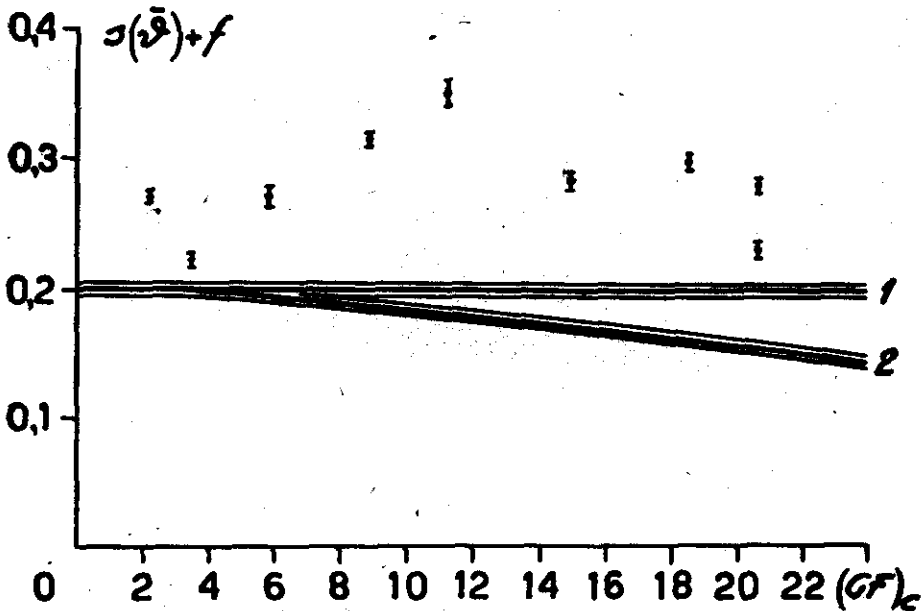


FIG. 8.

TABELLA V.

$\bar{\theta}$	$s(\bar{\theta}) + f$	Scarto qua-	$s(\bar{\theta})$	$s_e(\bar{\theta})$	$\sigma'_s(\bar{\theta})$ $\times 10^{24}$	$\sigma'_{s_e}(\bar{\theta})$ $\times 10^{24}$
		dratico Errore sta- tistico				
20° 57'	0,270 ± 0,0053	1,0	0,088 ± 0,008	0,093 ± 0,008	1,53 ± 0,14	1,61 ± 0,14
26° 10'	0,221 ± 0,0062	1,3	0,026 ± 0,009	0,036 ± 0,009	0,28 ± 0,10	0,38 ± 0,10
31° 20'	0,270 ± 0,0096	1,9	0,088 ± 0,011	0,102 ± 0,011	0,575 ± 0,072	0,666 ± 0,072
36° 30'	0,315 ± 0,005	1,0	0,144 ± 0,008	0,166 ± 0,008	0,620 ± 0,034	0,715 ± 0,035
41° 40'	0,350 ± 0,010	1,8	0,187 ± 0,012	0,215 ± 0,012	0,630 ± 0,040	0,726 ± 0,041
51° 55'	0,284 ± 0,008	1,5	0,105 ± 0,010	0,146 ± 0,010	0,267 ± 0,025	0,372 ± 0,026
62°	0,297 ± 0,006	1,3	0,122 ± 0,009	0,176 ± 0,009	0,250 ± 0,019	0,362 ± 0,019
72° 5'	0,282 ± 0,005	1,2	0,102 ± 0,008	0,170 ± 0,008	0,188 ± 0,015	0,314 ± 0,015
82°	0,229 ± 0,006	1,3	0,036 ± 0,009	0,114 ± 0,009	0,067 ± 0,017	0,211 ± 0,017
f	0,200 ± 0,005	1,2				

Per dedurre dai risultati raccolti nella 2<sup>a</sup> colonna della tabella v i corrispondenti valori di  $\sigma'(\theta)$  si deve osservare che a causa della presenza di un fondo anche nelle misure della intensità diretta, i valori veri del fondo  $F$  e delle percentuali  $S(\theta)$  dei neutroni sparpagliati risultano legati alle quantità misurate  $f$  e  $s(\theta) + f$  dalle ovvie relazioni.

$$(19) \quad S(\theta) = s(\theta) (1 + F) - F \quad F = \frac{f}{1 + f}$$

a mezzo delle quali sono stati calcolati i valori di  $S(\theta)$  riportati nelle colonne 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> della tabella v. Questi differiscono fra loro per aver fatto uso di due diversi valori del fondo come possiamo chiarire.

Come di solito e come è risultato anche da alcune misure di intensità in funzione della distanza sorgente-rivelatore eseguite nell'intorno di  $r = 50$  cm, il fondo è dovuto a neutroni sparpagliati dal pavimento, dalle pareti e soprattutto dal grosso tavolo di legno su cui venivano appoggiati i diffusori. Questi neutroni sono di bassa energia e attivano il periodo di 5 min del Cu come è risultato dalla curva di decadimento ottenuta sommando gli impulsi registrati di minuto in minuto in tutte le misure del fondo.

A ciò si aggiunga che i diffusori schermano in parte il rivelatore rispetto agli oggetti circostanti provocando così una diminuzione del valore del fondo tanto maggiore quanto più grande era il diffusore impiegato.

Nell'ipotesi grossolana che il fondo sia dovuto a neutroni che incidono isotropicamente sul rivelatore e che il diffusore schermi completamente i neutroni di fondo che lo investono, il valore corretto del fondo si otterrebbe moltiplicando  $f = 0,200$  per la frazione di angolo solido lasciata scoperta dal diffusore rispetto al rivelatore ossia per

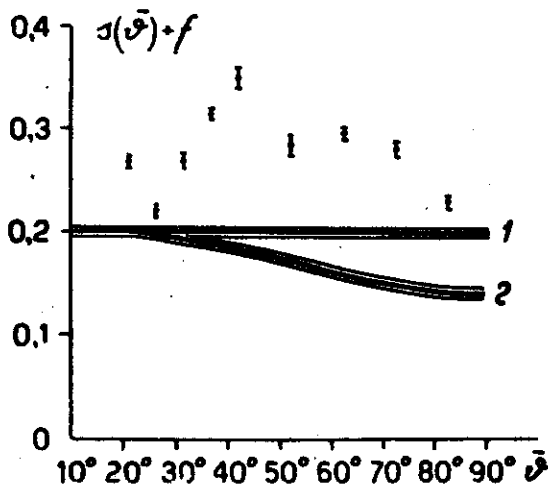


FIG. 9.

$$(20) \quad \Omega_L = 1 - \frac{2\pi}{4\pi} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin\beta d\beta = 1 - \frac{1}{2} (\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$$

I valori di  $\Omega_L$  sono dati nella colonna 13<sup>a</sup> della tabella iv. Notiamo subito che i valori ottenuti per il fondo introducendo il fattore  $\Omega_L$  sono assai probabilmente troppo bassi, e che i valori giusti sono compresi fra 0,200 e 0,200  $\Omega_L$ . Come vedremo nel seguito questa incertezza non è molto grave qualora si tenga conto della limitata precisione dei risultati finali. Il punto più delicato rimane quindi il fatto che i neutroni di fondo attivano la vita di 5 min e non la vita di 9,9 min. Per accertarci che gli impulsi registrati in presenza dei singoli diffusori in più rispetto al fondo fossero dovuti per lo meno in gran parte al processo (n, 2n) subito dal <sup>63</sup>Cu, abbiamo tracciato per ciascun diffusore, la corrispondente curva di decadimento e l'abbiamo analizzata nei due periodi di 5 e 9,9 min attribuendo al primo una intensità corrispondente a  $f = 0,200$ . I risultati di tale analisi sono

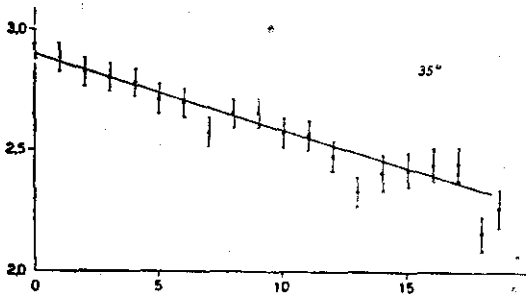


FIG. 10.

stati soddisfacenti; nella fig. 10 diamo come esempio la curva di decadimento relativa ad  $S(36^\circ)$ : da essa risulta che i neutroni che attivano il Cu sono prevalentemente di energia superiore a 11 MeV; la scarsa precisione delle misure non permette però di escludere la presenza di una non elevata percentuale

del periodo breve dovuta a neutroni di energia più bassa. Analoghi risultati sono stati ottenuti per gli altri diffusori.

Infine nella colonna 6<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> della tabella v sono stati dati i valori di  $\sigma'(\theta)$  quali si deducono rispettivamente dai dati delle colonne 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> applicando la (16).

#### V. — DISCUSSIONE DEI RESULTATI

Nella tabella vi sono riportati i valori della sezione d'urto totali quali sono stati dedotti dalle misure del paragrafo 2 (tab. II); in essa è data anche la sezione d'urto del C misurata in un lavoro precedente con lo stesso me-

todo (<sup>5</sup>). Gli errori sono stati aumentati del 2,5 % per tener conto della imperfetta correzione del fondo. Nella 3<sup>a</sup> colonna della tabella vi sono riportati i risultati di Sherr (<sup>10</sup>) i quali sono in buon accordo con quelli da noi trovati. Si deve tuttavia notare che le condizioni geometriche impiegate da questo autore sono sensibilmente peggiori delle nostre, come si può riconoscere confrontando i valori della costante  $\alpha$  della formula (7) la quale determina la percentuale dei neutroni che dopo aver subito un solo urto nel diffusore vanno ancora a colpire il rivelatore: p es. nel caso del Hg Sherr dà  $\alpha = 40 \times 10^{-2}$  mentre nelle nostre condizioni si ha  $\alpha = 22 \times 10^{-2}$ . Si ricordi inoltre che le misure di Sherr si riferiscono a neutroni di 21 MeV mentre le nostre a neutroni di 14 MeV.

TABELLA VI.

	$\sigma \times 10^{24}$ cm <sup>2</sup>	$\sigma \times 10^{24}$ cm <sup>2</sup> (SHERR)	$R \times 10^{13}$ cm <sup>2</sup>
4 Be . . . .	0,65 ± 0,04		3,22 ± 0,09
5 B . . . .	1,16 ± 0,13		4,30 ± 0,24
6 C . . . .	1,23 ± 0,02	1,29	4,43 ± 0,02
8 O . . . .		1,60	
12 Mg . . . .	1,83 ± 0,10		5,40 ± 0,15
13 Al . . . .	1,92 ± 0,09	1,85	5,54 ± 0,13
16 S . . . .	1,58 ± 0,10		5,02 ± 0,16
17 Cl . . . .		1,68	
26 Fe . . . .	2,75 ± 0,09		6,63 ± 0,11
28 Ni . . . .	2,62 ± 0,09		6,47 ± 0,11
29 Cu . . . .	2,86 ± 0,15	2,50	6,75 ± 0,18
30 Zn . . . .	3,03 ± 0,17		6,96 ± 0,20
34 Se . . . .	3,35 ± 0,20		7,31 ± 0,22
47 Ag . . . .	3,82 ± 0,13	3,70	7,81 ± 0,13
48 Cd . . . .	4,25 ± 0,13		8,23 ± 0,13
50 Sn . . . .	4,52 ± 0,14		8,50 ± 0,13
51 Sb . . . .	4,35 ± 0,15		8,33 ± 0,14
79 Au . . . .	4,68 ± 0,9		8,65 ± 0,88
80 Hg . . . .	5,64 ± 0,24	5,25	9,50 ± 0,20
82 Pb . . . .	5,05 ± 0,15		9,00 ± 0,13
83 Bi . . . .	5,17 ± 0,17		9,08 ± 0,15

Passando ai risultati delle misure esposte nel paragrafo 3 ricordiamo che i valori della sezione d'urto per assorbimento più urto anelastico  $\sigma_a$  (tabella III) sono resi un poco incerti dal fatto che le condizioni geometriche da noi impiegate non corrispondono a quelle poste a base delle for-

mule (10) e (11) usate per il calcolo di  $\sigma_a$ . Una grossolana valutazione numerica della variazione del fattore di correzione con le condizioni geometriche ha tuttavia mostrato che questo non varia in modo apprezzabile.

Si può inoltre notare che i valori da noi trovati sono in buon accordo con quelli di Grahame e Scaborg (<sup>6</sup>); questi Autori nel caso dell'Al e del Pb trovano rispettivamente  $\sigma_a = (0,93 \pm 0,13) \cdot 10^{-24}$  e  $\sigma_a = 2,12 \pm 0,24) \cdot 10^{-24}$  contro  $(0,99 \pm 0,04) \cdot 10^{-24}$  e  $(2,22 \pm 0,05) \cdot 10^{-24}$ .

Nel caso dei quattro elementi per cui abbiamo misurato sia  $\sigma_a$  che  $\sigma$  possiamo provare e verificare la (3) valida esattamente per sticking probability eguale a 1.

A tale scopo riportiamo nella tabella VII i valori del rapporto  $2\sigma_a/\sigma$  il quale è uguale a 1 per sticking probability eguale a 1 e  $\frac{\lambda}{2\pi} \ll R$

TABELLA VII.

	Al	Fe	Hg	Pb
$\frac{2\sigma_a}{\sigma}$	$1,03 \pm 0,06$	$1,04 \pm 0,05$	$0,88 \pm 0,06$	$0,88 \pm 0,08$

Mentre per l'alluminio e ferro tale rapporto risulta pari ad 1 entro gli errori di misura, per il mercurio e il piombo esso risulta lievemente inferiore all'unità. Non si può tuttavia escludere che tale risultato non sia dovuto almeno in parte all'aver impiegato una geometria imperfetta nella misura di  $\sigma_a$ . Peraltro è bene tenere presente che gli errori sistematici dovuti alla geometria impiegata dovrebbero essere più gravi per gli elementi leggeri che per i pesanti, in quanto in questi lo sparpagliamento elastico è maggiormente concentrato in avanti. Se si tenesse conto del fattore correttivo  $f(Z_0)$  (v. tab. III) il rapporto  $\frac{2\sigma_a}{\sigma}$  risulterebbe, per i quattro elementi in questione rispettivamente: 0,99; 0,98; 0,89; 0,89; ossia le conclusioni non verrebbero minimamente alterate.

La risposta definitiva su questo punto richiede evidentemente l'esecuzione di nuove misure di  $\sigma_a$  in migliori condizioni geometriche. Ciononostante ci sembra di poter concludere che i dati della tabella VII costituiscono una conferma, sia pure non molto precisa, della validità per lo meno approssimativa, della (3). In attesa che questo punto venga precisato possiamo ammettere che la sezione d'urto totale sia uguale a  $2\pi R^2$  e ricavare



quindi dai dati della tabella vi i corrispondenti raggi nucleari. Questi sono riportati nella colonna 4<sup>a</sup> della tabella vi e nella fig. 11. In questa figura sono dati anche i raggi dedotti dalle misure di Sherr e da quelle di Grahame e di Seaborg; nel caso di questi autori si è preso  $\sigma_s = \pi R^2$  il che dà un valore di R errato per difetto qualora la sticking probability sia minore di 1.

Dalla fig. 11 si vede che in accordo con quanto fu suggerito da vari autori e in particolare da Frankel e come è risultato dalle misure di Sherr il raggio nucleare può venire rappresentato da una espressione del tipo

$$R = b + r_0 A^{1/3}$$

Dalla fig. 11 si deduce

$$b \approx 1,5 - 2,0 \cdot 10^{-13}$$

$$r_0 = 1,3 - 1,0 \cdot 10^{-13}$$

Una determinazione più precisa di queste costanti non è possibile non tanto a causa degli errori sperimentali quanto perchè dalla fig. 11 sembra che spesso vi

siano delle variazioni individuali nel valore del raggio passando da un nucleo a un nucleo vicino; si osservi, per esempio, il caso Al-S.

Passiamo dunque alla discussione delle misure sulla distribuzione angolare dei neutroni diffusi dal Pb esposte nel paragrafo iv. La maggiore incertezza di queste misure è dovuta all'elevato fondo corrispondente al periodo del Cu di 5 min, la quale si fa risentire soprattutto ai grandi angoli. Un altro punto da tener presente è che abbiamo trascurato gli urti multipli entro i diffusori. Nonostante queste incertezze ci sembra di poter affermare, dall'esame delle fig. 8 e 9 che la percentuale dei neutroni sparpagliati dal Pb presenta un minimo e un massimo corrispondenti rispettivamente a  $\approx 25^\circ$  e  $\approx 35-40^\circ$ .

Come si è visto nel paragrafo iv dall'analisi esponenziale delle curve di decadimento dell'attività del Cu dovuta ai neutroni sparpagliati dai singoli diffusori a forma di botte si può concludere che nelle nostre con-

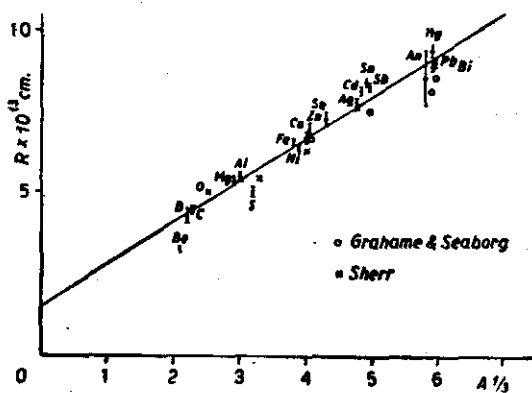


FIG. 11.

dizioni i neutroni sparpagliati dal Pb e rivelati dal Cu sono dotati in gran parte di energia superiore ad 11 MeV; tuttavia data la poca sensibilità dell'analisi in esponenziali non si può escludere a priori la presenza di una non grande percentuale di neutroni sparpagliati anelasticamente dal Pb.

Per una valutazione di questo effetto sarebbe necessario conoscere il valore della sezione d'urto del processo  $^{65}\text{Cu}(n, \gamma)$  per neutroni di alcuni milioni di MeV. Dato però che i neutroni sparpagliati anelasticamente hanno presumibilmente una distribuzione angolare isotropa il loro contributo non può eccedere il valore corrispondente al minimo ( $\theta \approx 25^\circ$ ) della curva delle figure 8 e 9.

Possiamo quindi ammettere che quasi tutti i neutroni osservati in questa esperienza siano dovuti a sparpagliamento elastico e cercare di dedurre dai dati della fig. 9 la sezione d'urto differenziale  $\sigma'_s(\theta)$ .

Nella fig. 12 sono riportati i valori di  $\sigma'_s$  già dati nella tabella v; i punti corrispondono al caso in cui il fondo è preso come costante; le croci al caso in cui il fondo varia al variare dell'angolo come è stato spiegato al paragrafo iv. Il punto a  $\theta = 0^\circ$  rappresenta un limite inferiore di  $\sigma'_s(0)$  dedotto applicando la relazione stabilita da Wick (<sup>15</sup>).

$$\sigma'_s(0) \geq \left(\frac{\sigma}{2\lambda}\right)^2 = \left(\frac{5,05 \cdot 10^{-24}}{2,7,65 \cdot 10^{-13}}\right)^2 = 11 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$$

Wakatuchi e Kikuchi hanno trovato  $\sigma'_s(25^\circ) = (1,4 \pm 0,14) \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ ,  $\sigma'_s(33^\circ) = (0,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-24}$  e  $\sigma'_s(55^\circ) = (0,15 \pm 0,10) \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ . in ottimo accordo con i nostri risultati. Gli autori giapponesi non poterono naturalmente osservare il minimo attorno a  $25^\circ$ , sia a causa del limitato numero di punti misurati, sia a causa della indefinizione della energia dei neutroni.

Dall'esame di questi risultati ci sembra che si possa concludere quanto segue: 1) l'esistenza di un minimo della sezione d'urto elastico intorno a  $25^\circ$ ; 2) l'esistenza di un massimo intorno a  $35-40^\circ$ ; 3) il valore della sezione d'urto nel massimo è dell'ordine di  $0,5 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ .

Il cercare di discutere più dettagliatamente questi risultati ci sembra invece un poco incerto a causa sia della limitata precisione delle misure, che delle incertezze dovute all'elevato valore del fondo. Tuttavia non è

(<sup>15</sup>) G. C. WICK, Atti Acc. d'It., 13, 1203 (1943).

forse inutile provare a confrontare i nostri risultati con le previsioni teoriche. Nella fig. 12 sono quindi state tracciate le curve che rappresentano

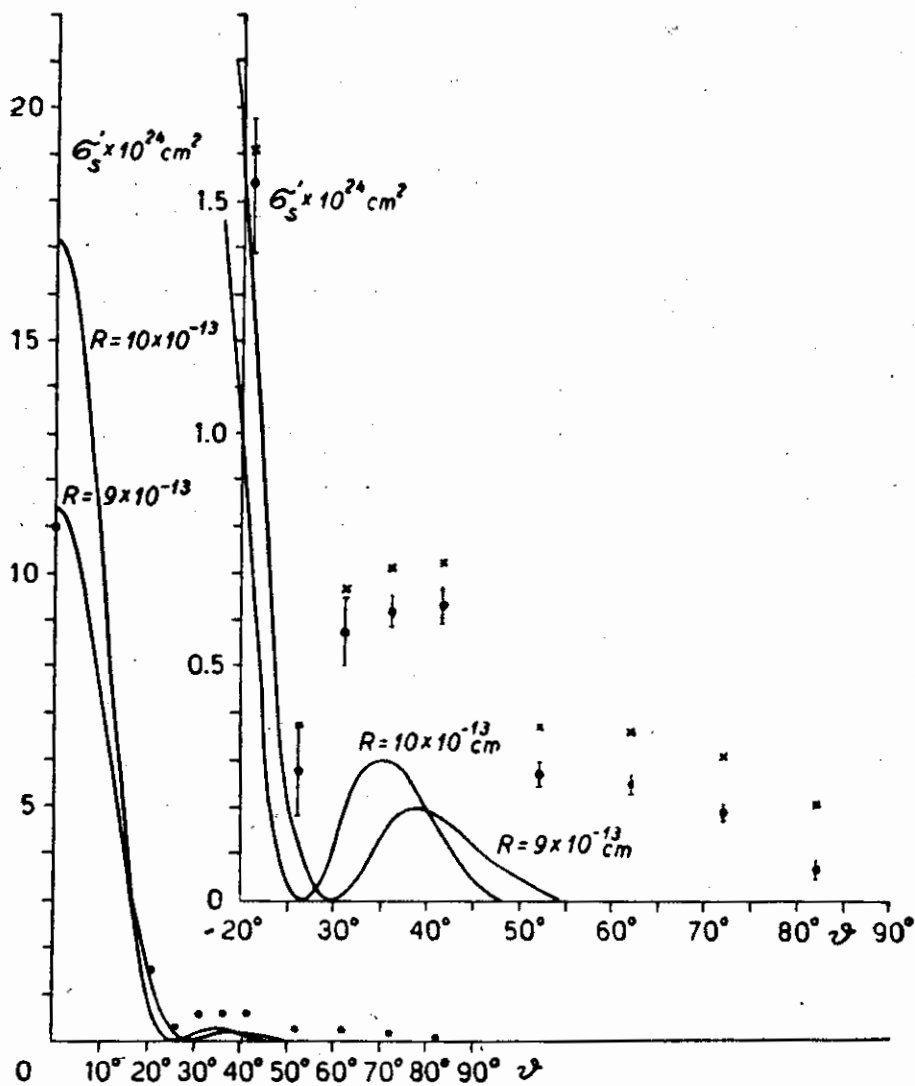


FIG. 12.

la (4) per due diversi valori del raggio nucleare  $R$ ; per quanto la posizione del minimo della nostra curva corrisponda a  $R = 10 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$  non si può dire che l'accordo sia soddisfacente; a noi però sembra che la notevole

discrepanza fra le curve teoriche e i risultati sperimentali non sia da attribuire esclusivamente a questi ultimi. Nella deduzione della formula (4) oltre ad alcune altre approssimazioni piuttosto grossolane, si assume come uguale ad 1 la probabilità di formazione  $\xi$  del nucleo composto per tutti i valori del quanto azimutale  $l \leq \frac{2\pi R}{\lambda}$  ed eguale a 0 per  $l > \frac{2\pi R}{\lambda}$ .

Una teoria più approssimata si potrebbe fare tenendo conto di come varia specialmente nella zona di contorno del nucleo la probabilità di formazione in funzione di  $l$ , ed applicando quindi le note formule per la sezione d'urto elastico.

Alcuni calcoli numerici orientativi eseguiti dal dott. Mezzetti facendo uso di formule ottenute adattando opportunamente la teoria di Bethe per la dipendenza di  $\xi$  da  $l$ , hanno mostrato la possibilità che 1°) il minimo della sezione d'urto non sia zero; 2°) l'angolo per cui si osserva il minimo corrisponda a un valore di  $R$  minore di quanto si deduce dalla (4); 3°)

la sezione d'urto differenziale in corrispondenza del massimo risulti maggiore di quanto si deduce dalla (4).

Una discussione più approfondita ci sembra tuttavia prematura in quanto anche le formule usate dal dott. Mezzetti per la probabilità di formazione sono approssimate e danno dei risultati incerti per i valori intermedi di  $l$ , i quali portano un contributo rilevante alla sezione d'urto differenziale  $\sigma'_2$  (8).

Ringraziamo il dott. B. Ferretti per alcune utili discussioni durante la progettazione dell'esperienza e il dott. M. Goldhaber per averci regalato una fialletta di acqua pesante.

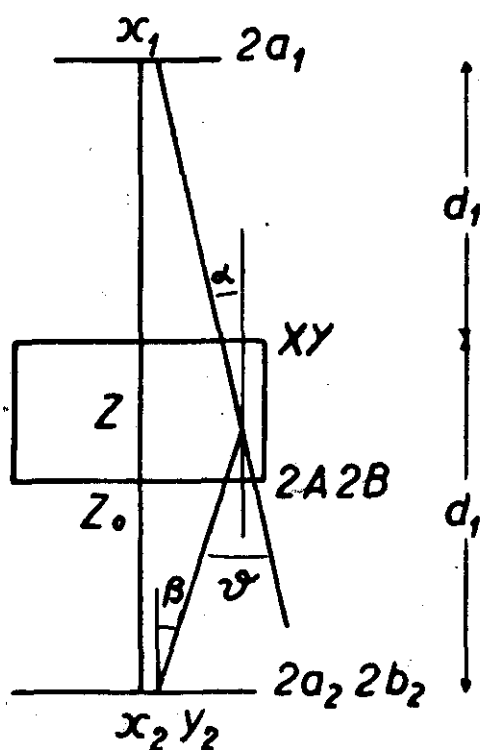


FIG. 13.

APPENDICE I.

Le condizioni geometriche dell'esperienza descritta nel paragrafo II sono rappresentate nella fig. 13 a chiarimento della quale si tenga conto dei seguenti fatti: la sorgente è lineare di dimensioni  $2a_1$ ; il diffusore di sezione circolare viene sostituito nei calcoli con un diffusore di sezione rettangolare  $2A \cdot 2B$  di egual area; il rivelatore è rettangolare di area  $2a_2 \cdot 2b_2$ .

I valori numerici sono:

$$a_1 = 1 \text{ cm}; A = B = 1,77 \text{ cm}; a_2 = 1,25 \text{ cm}; b_2 = 2 \text{ cm}; d_1 = 20 \text{ cm}$$

Detto  $\varphi$  il numero dei neutroni emessi per unità di lunghezza della sorgente su tutto l'angolo solido, si hanno le seguenti espressioni per i numeri di neutroni che incidono sul rivelatore senza aver subito alcun urto  $N_0$  e avendo subito un solo urto nel diffusore  $N_1$ .

$$(1) \quad N_0 = \varphi 2a_1 e^{-\frac{z_0}{\Lambda}} \frac{2a_2 2b_2}{4\pi(2d_1)^2}$$

$$(2) \quad N_1 = \varphi \int_{-a_1}^{+a_1} dx_1 \int \frac{dXdY \cos \alpha}{4\pi \left(\frac{d_1 + Z}{\cos \alpha}\right)^2} \cdot e^{-\frac{z}{\Lambda \cos \alpha}} \frac{dZ}{\cos \alpha} N \sigma'_s(\vartheta) \frac{dx_2 dy_2 \cos \beta}{\left(\frac{d_1 - z}{\cos \beta}\right)^2} \cdot e^{-\frac{z_0 - z}{\Lambda \cos \beta}} \cdot \frac{1}{\cos \beta}$$

Approfittando del fatto che gli angoli  $\alpha$  e  $\beta$  sono prossimi a zero possiamo porre

$$e^{-\frac{z}{\Lambda \cos \alpha}} \cdot e^{-\frac{z_0 - z}{\Lambda \cos \beta}} \approx e^{-\frac{z_0}{\Lambda}}$$

con il che la (2) diventa

$$N_1 = \varphi e^{-\frac{z_0}{\Lambda}} \int_{-a_1}^{+a_1} dx_1 \int \frac{dXdY}{4\pi(d_1 + Z)^2} \cos^2 \alpha N \sigma'_s(\vartheta) dZ \frac{dx_2 dy_2}{(d_1 - z)^2} \cos^2 \beta$$

che si può porre nella forma

$$N_1 = \varphi e^{-\frac{z_0}{\Lambda}} \frac{N}{4\pi d_1^4} \int P \sigma'_s(\vartheta) dx_1 dXdY dx_2 dy_2 dZ$$

$P$  è una funzione che varia così poco attorno all'unità entro il campo di integrazione che possiamo porre

$$(3) \quad N_1 = \varphi e^{-\frac{Z_0}{\Lambda}} \frac{N}{4\pi d_1^2} \bar{P} \int \rho'_s(\theta) dx_1 dX dY dx_2 dy_2 dZ;$$

dividendo la (3) per la (1) si ottiene

$$(4) \quad \frac{N_1}{N_0} = 4\omega_s \bar{P} \frac{\sigma'_s}{\sigma} \cdot \frac{Z_0}{\Lambda} \quad (\text{con } \sigma = 2\pi R^2)$$

dove  $\omega_s = \frac{2A \cdot 2B}{d_1^2}$  è l'angolo solido sotto cui il diffusore è visto dalla sorgente

Per calcolare i valori medi di  $\bar{P}$  e  $\sigma'_s$  si può osservare che  $\theta$  nelle nostre condizioni sperimentali si mantiene sempre così piccolo che la (4) può venir rappresentata discretamente bene dalla espressione

$$(5) \quad \sigma'_s(\theta) = k^2 R^4 \left\{ \frac{1}{4} - px^2 + qx^4 \right\}$$

dove  $x = kR \sin \theta$  e  $p = 0,042$ ,  $q = 0,00177$ .

Sviluppando quindi in serie le quantità  $\cos^2 \alpha$ ,  $\cos^2 \beta$ ,  $\left(1 + \frac{Z}{d_1}\right)^2$ ,  $\left(1 - \frac{Z}{d_1}\right)^2$  e trascurando i termini contenenti i cubi e le potenze superiori dei rapporti delle diverse variabili alla distanza  $d_1$ , si ottiene con integrazioni elementari  $\bar{P}$ ; con analoghi criteri di approssimazione per il calcolo di  $\sigma'_s$  si ottiene infine

$$(6) \quad \frac{N_1}{N_0} = \frac{Z_0}{\Lambda} 2 \cdot 10^{-2} \bar{P} k^2 R^2 \left\{ \frac{1}{4} - 1,05 \cdot 10^{-3} m(\rho) k^2 R^2 + 1,1 \cdot 10^{-8} n(\rho) k^4 R^4 \right\}$$

dove  $\bar{P}$ ,  $m(\rho)$  e  $n(\rho)$  sono funzioni del rapporto  $\rho = \frac{Z_0}{d_1}$  date nella tabella seguente:

$\rho$	$\bar{P}$	$m(\rho)$	$n(\rho)$
0	1,016	1,056	3,8
0,1	0,995	1,079	4,69
0,2	1,029	1,117	6,79
0,3	1,086	1,172	10,12

Ponendo  $\bar{P} = 1$ ;  $m(\rho) \approx 1,1$  e trascurando il termine contenente  $n(\rho)$  si ottiene l'espressione (8) data dal paragrafo II e usata per il calcolo dei coefficienti  $a$  dati nella tabella II.

Con considerazioni analoghe a quelle precedentemente esposte, si trova il contributo dovuto ai neutroni che hanno subito due urti entro il diffusore. Detto  $N_2$  il loro numero, si ricava la seguente espressione approssimata

$$(7) \quad \frac{N_2}{N_0} = 4\omega_0 \frac{1}{8} \left( \frac{z_0}{\Lambda} \right)^2 \left( \frac{\sigma'_s}{\sigma_s} \right)^2$$

ove un fattore del tutto analogo a  $P$  è stato posto fin dall'inizio eguale a 1.

Trascurando nella (5) il termine  $x^4$  si ottiene con semplici calcoli

$$\left( \frac{\sigma'_s}{\sigma_s} \right)^2 \approx \frac{10^{-2}}{\pi} k^2 R^2$$

e quindi ricordando che

$$\frac{\sigma'_s}{\sigma} = k^2 R^2 \left\{ \frac{1}{4} - 10^{-3} k^2 R^2 \right\}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{8} \frac{\left( \frac{\sigma'_s}{\sigma_s} \right)^2}{\frac{\sigma'_s}{\sigma}} \cdot \frac{z_0}{\Lambda} = \frac{10^{-2}}{8\pi} \cdot \frac{1}{\left\{ \frac{1}{4} - 10^{-3} k^2 R^2 \right\}}$$

Per i nuclei più pesanti per cui  $kR \approx 64$  si ha ancora un contributo trascurabile o per lo meno dello stesso ordine di grandezza degli errori di calcolo da cui sono affetti i valori della correzione dovuta agli urti singoli.

#### APPENDICE II.

Riferendoci alla fig. 2 decomponiamo il flusso dei neutroni che escono dalla superficie esterna dell'assorbitore nei seguenti termini

1°) neutroni che non hanno subito nessun urto entro l'assorbitore: questi sono:

$$(1) \quad N_0 = N_a e^{-\frac{z_0}{\Lambda}}$$

avendo indicato con  $N_a$  il numero dei neutroni emessi dalla sorgente su tutto l'angolo solido;

2°) neutroni che hanno subito uno ed un solo urto elastico il cui numero è

$$(1) \quad N_1 = N_n \int_0^{z_0} \int_0^\pi \frac{I}{\cos \theta} e^{-\frac{z}{\Lambda} \frac{dz}{\Lambda} \frac{\sigma'_s(\theta)}{\sigma_s}} 2\pi \sin \theta d\theta e^{-\frac{z_0-z}{\Lambda \cos \theta}}$$

3°) neutroni che hanno subito due e due soli urti elastici il cui numero è

$$(3) \quad N_2 = N_n \int_0^{z_0} \int_z^{z_0} \int_0^\pi \int_0^\pi \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{I}{\cos \gamma} e^{-\frac{z}{\Lambda} \frac{dz}{\Lambda} \frac{\sigma'_s(\theta)}{\sigma_s}} d\varphi \sin \theta d\theta e^{-\frac{z'-z}{\Lambda \cos \gamma}}$$

$$\frac{dz' \sigma'_s(\theta')}{\Lambda \sigma_s} d\varphi' \sin \theta' d\theta' e^{-\frac{z_0-z}{\Lambda \cos \gamma}}$$

dove  $\cos \gamma = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \varphi$ .

I fattori  $\frac{I}{\cos \theta}$  e  $\frac{I}{\cos \gamma}$  che figurano rispettivamente nelle (2) e (3) sono stati introdotti per tener conto del fatto che il rivelatore è un rivelatore di flusso.

Nello scrivere le (2) e (3) si è trascurato la curvatura della superficie che limita l'assorbitore.

Come si vede dalle espressioni (2) e (3) nel caso estremo in cui  $\sigma'_s(\theta)$  sia grande solo per angoli  $\theta$  molto piccoli si ha

$$(4) \quad N_1 = N_n e^{-\frac{z_0}{\Lambda} \frac{z_0}{\Lambda}}; \quad N_2 = N_n e^{-\frac{z_0}{\Lambda}} \frac{I}{2} \left(\frac{z_0}{\Lambda_s}\right)^2$$

ossia la frazione trasmessa si riduce a

$$(5) \quad T(z_0) = e^{-\frac{z_0}{\Lambda}} \left( 1 + \frac{z_0}{\Lambda_s} + \frac{I}{2} \left(\frac{z_0}{\Lambda_s}\right)^2 + \dots \right) = e^{-\frac{z_0}{\Lambda}} e^{-\frac{z_0}{\Lambda_s}} = e^{-\frac{z_0}{\Lambda_s}}$$

dato che

$$\frac{I}{\Lambda} = \frac{I}{\Lambda_s} + \frac{I}{\Lambda_n}$$

Tornando al caso in cui  $\sigma'_s(\theta)$  è diverso da zero anche per angoli non troppo piccoli eseguiamo sulla (2) l'integrazione rispetto a  $Z$  e facciamo quindi alcune trasformazioni elementari: si ottiene



$$N_1 = N_n e^{-\frac{z_0}{\Lambda}} \int_0^{\pi} \frac{1}{\Lambda_s} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{z_0}{\Lambda} \frac{1 - \cos \vartheta}{\cos \vartheta} + \frac{1}{3!} \left( \frac{z_0}{\Lambda} \right)^2 \left( \frac{1 - \cos \vartheta}{\cos \vartheta} \right)^2 - \dots \right\} \frac{\sigma'_s(\vartheta)}{\sigma_s} 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$$

Applicando analoghi procedimenti alla (3) si ricava

$$N_2 = N_n e^{-\frac{z_0}{\Lambda}} \frac{1}{2} \left( \frac{z_0}{\Lambda_s} \right)^2 \int_0^{\pi} \frac{\sigma'_s(\vartheta)}{\sigma_s} 2\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{\pi} \frac{\sigma'_s(\vartheta')}{\sigma_s} \sin \vartheta' d\vartheta' \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \frac{1}{\cos \gamma} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \frac{z_0}{\Lambda} \left[ \frac{1 - \cos \vartheta}{\cos \vartheta} + \frac{1 - \cos \gamma}{\cos \gamma} \right] + \dots \right\}$$

Il numero totale dei neutroni uscenti dalla superficie dell'assorbitore è quindi del tipo

$$(6) \quad T(z_0) = c e^{-\frac{z_0}{\Lambda_s}} f(z_0)$$

dove

$$(7) \quad f(z_0) = e^{-\frac{z_0}{\Lambda_s}} \left\{ 1 + a_1 \frac{z_0}{\Lambda_s} + a_2 \frac{1}{2} \left( \frac{z_0}{\Lambda_s} \right)^2 + \dots \right\}$$

$$(8) \quad a_1 = \int_0^{\pi} \frac{1}{\cos \vartheta} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{z_0}{\Lambda} \frac{1 - \cos \vartheta}{\cos \vartheta} + \frac{1}{3!} \left( \frac{z_0}{\Lambda} \right)^2 \left( \frac{1 - \cos \vartheta}{\cos \vartheta} \right)^2 - \dots \right\} \frac{\sigma'_s(\vartheta)}{\sigma_s} 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$$

$$a_2 = \int_0^{\pi} \frac{\sigma'_s(\vartheta)}{\sigma_s} 2\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{\pi} \frac{\sigma'_s(\vartheta')}{\sigma_s} \sin \vartheta' d\vartheta' \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \frac{1}{\cos \gamma} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \frac{z_0}{\Lambda} \left[ \frac{1 - \cos \vartheta}{\cos \vartheta} + \frac{1 - \cos \gamma}{\cos \gamma} \right] \right\}$$

Eseguendo il calcolo numerico a mezzo delle (8), per  $Z_0$  eguale a circa 10 cm, abbiamo trovato: Al;  $a_1=1,04$ ,  $a_2=1,04$ ; Fe:  $a_1=0,96$ ,  $a_2=0,98$ ; Pb:  $a_1=1,01$ ,  $a_2=1,01$ . I valori di  $f(10)$  dati nella tab. III sono calcolati a mezzo di questi coefficienti.

### APPENDICE III.

Calcoliamo lo spessore massimo  $X + X'$  del diffusore attraversato da un neutrone che venga diffuso verso il rivelatore con un sol urto. Ricordando la (14) si ha

$$(1) \quad \frac{X + X'}{D} = \frac{\text{sen}(\vartheta' - \vartheta)}{\text{sen}\vartheta\text{sen}\vartheta'} \left\{ \text{sen}\beta + \text{sen}(\vartheta' - \beta) \right\}$$

che è massima per  $\beta = \frac{\vartheta'}{2}$ ; sviluppando in serie di potenze di  $\vartheta - \frac{\vartheta'}{2}$  si ha

$$(2) \quad \frac{X + X'}{D} = \frac{\text{sen}(\vartheta' - \vartheta)}{\text{sen}\vartheta\text{sen}\vartheta'} 2\text{sen} \frac{\vartheta'}{2} \left\{ 1 - \frac{\left(\beta - \frac{\vartheta'}{2}\right)^2}{2} + \dots \right\}$$

Lo spessore  $\frac{X + X'}{D}$  massimo attraversato dipende solo poco da  $\beta$ .

Nella tabella diamo i valori di  $\frac{X + X'}{D}$  per i nostri diffusori.

	20°	25°	30°	35°	40°	50°	60°	70°	80°
$\beta_1$	0,0991	0,0981	0,0952	0,0938	0,0934	0,0924	0,0881	0,0881	0,0858
$\frac{\vartheta'}{2}$	0,0996	0,0991	0,0969	0,0964	0,0973	0,0979	0,0950	0,0970	0,0954
$\beta_2$	0,0993	0,0985	0,0959	0,0948	0,0948	0,0943	0,0902	0,0909	0,0885
$\frac{X + X'}{D}$	0,0994	0,0987	0,0962	0,0954	0,0957	0,0956	0,0920	0,0932	0,0913

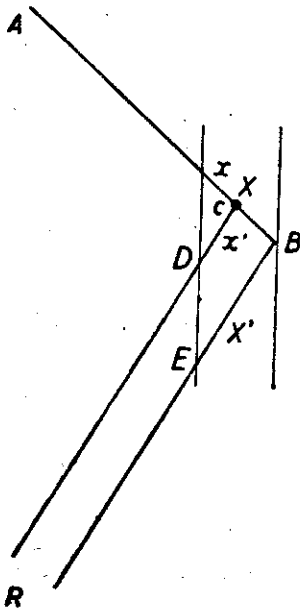


FIG. 14.

Come si vede essi variano assai poco lungo il diffusore al quale agli effetti dell'assorbimento si potrà quindi senza sensibile errore attribuire uno spessore totale medio  $\overline{X + X'}$  costante ossia indipendente da  $\beta$ .

Fatta questa osservazione è ovvio come si possa tener conto approssimativamente dell'assorbimento subito dai neutroni entro il diffusore. Un neutrone incidente nella direzione A B subisce un urto in C e venga diffuso nella direzione C D verso il rivelatore (fig. 14). Considerando il diffusore come limitato da due superficie parallele e le rette C D e B E pure parallele si ha

$$(3) \quad x' = \frac{X'}{X} x$$

La percentuale dei neutroni diffusi è dunque

$$(4) \quad \int_0^X e^{-\frac{x}{\Lambda}} \frac{dx}{\Lambda_s} e^{-\frac{x'}{\Lambda}} = \int_0^X e^{-\frac{x}{\Lambda} \frac{X+X'}{X}} \frac{dx}{\Lambda_s} = \frac{\Lambda}{\Lambda_s} \frac{X}{X+X'} \left( 1 - e^{-\frac{X+X'}{\Lambda}} \right)$$

dove il primo fattore rappresenta la probabilità che il neutrone incidente percorra lo spessore  $x$  senza aver subito alcun urto, il secondo la probabilità che subisca un urto elastico fra  $x$  e  $x + dx$ , e il terzo la probabilità che il neutrone diffuso percorra lo strato  $x'$  (ossia esca dal diffusore senza subir alcun urto).

Per spessore  $X + X'$  infinitesimo la (4) si riduce a  $\frac{X}{\Lambda_s}$ . Il fattore di correzione  $F$  da introdurre nella (15) è quindi evidentemente

$$(5) \quad F = \frac{\Lambda}{X+X'} \left( 1 - e^{-\frac{X+X'}{\Lambda}} \right)$$

Per quanto riguarda la correzione da apportare allo spessore  $X + X'$  è quindi al prodotto  $GF$  per tener conto della effettiva realizzazione pratica dei diffusori si confronti la (17) del paragrafo II con la (2) di questa appendice:  $G$  è proporzionale a  $\overline{X + X'}$  per modo che il prodotto  $GF$  dipende da  $\overline{X + X'}$  solo in quanto questa quantità figura all'esponente. In tal modo sono stati introdotti i valori corretti di  $\overline{X + X'}$ .

Roma. — Istituto Superiore di Sanità - Laboratorio di fisica. 6 agosto 1946.

#### RIASSUNTO

Lo scopo principale delle esperienze descritte era di studiare lo sparpagliamento elastico dei neutroni veloci dovuto alla diffrazione d'ombra geometrica del nucleo e di confrontare la corrispondente sezione d'urto  $\sigma_e$  con la sezione d'urto per formazione di un nucleo composto  $\sigma_{nc}$ . Le seguenti misure sono state eseguite coi neutroni della reazione  $D + Li$  rivelati per mezzo dell'attività del rame prodotta secondo la reazione  ${}^{63}Cu(n, 2n){}^{62}Cu(9.9 \text{ min})$  e che ha una soglia a circa 11 MeV; 1) misura della sezione d'urto totale  $\sigma \sim \sigma_e + \sigma_{nc}$  per 18 elementi; 2) misura della sezione d'urto per assorbimento + sparpagliamento anelastico  $\sigma_a$  che secondo le previsioni dovrebbe essere leggermente inferiore a  $\sigma_{nc}$  (per 4 elementi); 3) mi-

sura della distribuzione angolare dei neutroni sparpagliati elasticamente (nel caso del piombo). Nei quattro casi studiati (Al, Fe, Hg, Pb)  $\sigma_e$  è risultato essere circa la metà della sezione d'urto totale  $\sigma$ , come ci si aspetta in base alla teoria. La sezione d'urto differenziale per sparpagliamento elastico ha un minimo a circa  $25^\circ$  ed un massimo a circa  $35-40^\circ$ ; dalla posizione del minimo è possibile dedurre un valore del raggio nucleare di circa  $10 \cdot 10^{-13}$  cm, per mezzo di una formula di diffrazione. I raggi nucleari di 18 elementi vengono dedotti dai valori misurati della sezione d'urto totale.

#### RÉSUMÉ

Le but principal des expériences décrites ci-dessus consistait à étudier la diffusion élastique des neutrons rapides due à la diffraction d'ombre géométrique du noyau et à confronter la correspondante section de collision  $\sigma_e$  avec la section de collision pour la formation d'un noyau composé  $\sigma_{nc}$ . Les mesures suivantes ont été effectuées avec les neutrons de la réaction  $D + Li$  révélés avec l'activité du cuivre produite suivant la réaction  $^{63}Cu(n, 2n)^{62}Cu(9,9 \text{ min})$  et qui a un seuil à environ 11 MeV: 1) mesure de la section de collision totale  $\sigma = \sigma_{nc} + \sigma_e$  pour 18 éléments; 2) mesure de la section de collision par adsorption + diffusion inélastique  $\sigma_a$ , qui d'après les prévisions devrait être légèrement inférieure à  $\sigma_{nc}$  (pour 4 éléments); 3) mesure de la distribution angulaire des neutrons diffusés élastiquement (dans le cas du plomb). Dans les quatre cas étudiés (Al, Fe, Hg, Pb)  $\sigma_e$  est résulté d'une valeur d'environ la moitié de la section de collision totale  $\sigma$ , comme pouvait s'y attendre d'après la théorie. La section de collision différentielle pour la diffusion élastique a un minimum à environ  $25^\circ$  et un maximum à environ  $35-40^\circ$ ; de la position du minimum il est possible de déduire une valeur du rayon nucléaire d'environ  $10 \cdot 10^{-13}$  cm au moyen d'une formule de diffraction. Les valeurs des rayons nucléaires de 18 éléments sont déduites des valeurs mesurées de la section de collision totale.

#### SUMMARY

The main object of the above experiments was to investigate the elastic scattering of fast neutrons due to the diffraction of geometrical shadow of the nucleus and to compare the corresponding cross section

$\sigma_c$  with the cross section for the formation of a compound nucleus  $\sigma_{nc}$ . The following measurements have been made with neutrons of the reaction  $D+Li$  detected by means of the activity of copper produced according to the reaction  $^{63}Cu(n, 2n)^{62}Cu(9,9 \text{ min})$ , which has a threshold at about 11 MeV: 1) measurements of the total cross section  $\sigma = \sigma_{nc} + \sigma_s$  for 18 elements; 2) measurements of the cross section for adsorption + inelastic scattering  $\sigma_a$ , which, according to theory, should be slightly smaller than  $\sigma_{nc}$  (for 4 elements); 3) measurements of the angular distribution of the elastically scattered neutrons (in the case of lead). In the four cases investigated (Al, Fe, Hg, Pb)  $\sigma_a$  has been found to approach half the value of the total cross section  $\sigma$ , as expected theoretically. The differential cross section for elastic scattering has a minimum at about  $25^\circ$  and a maximum at about  $35-40^\circ$ ; from the position of the minimum it is possible to calculate a value of the nuclear radius of about  $10 \cdot 10^{-13}$  cm by means of a diffraction formula. The nuclear radii of 18 elements are calculated from the measured values of the total cross section.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Der Hauptzweck der beschriebenen Versuche bestand darin, die elastische Streuung von schnellen Neutronen zu prüfen, welche durch die geometrische Schattendiffraktion des Kernes hervorgerufen wird, und überdies den entsprechenden Wirkungsquerschnitt  $\sigma_a$  mit dem Wirkungsquerschnitt der Bildung eines zusammengesetzten Kernes  $\sigma_{nc}$  zu vergleichen. Die folgenden Messungen sind mit den Neutronen der  $D+Li$  Reaktion gemacht worden, welche durch die Aktivität des Kupfers der Reaktion  $^{63}Cu(n, 2n)^{62}Cu(9,9 \text{ min})$  ermittelt wurden und welche eine Schwelle bei ca. 11 MeV hat. 1) Messung des totalen Wirkungsquerschnittes  $\sigma = \sigma_a + \sigma_{nc}$  von 18 Elementen. 2) Messung des Wirkungsquerschnittes durch Absorbierung und unelastische Streuung  $\sigma_a$ , die voraussichtlich nur ein klein wenig niedriger als  $\sigma_{nc}$  (für 4 Elemente) sein sollte. 3) Messung nur ein klein wenig niedriger als  $\sigma_{nc}$  (für 4 Elemente) sein sollte. 3) Messung der Winkelverteilung der elastisch gestreuten Neutronen (im Falle des Bleis). In den vier erforschten Fällen (Al, Fe, Hg, Pb),  $\sigma_a$  ergab sich,

dass sie ungefähr die Hälfte des totalen Wirkungsquerschnittes  $\sigma_t$  ist, wie nach der Theorie zu erwarten war. Der differentiale Wirkungsquerschnitt durch elastische Streuung hat ein Minimum bei ca.  $25^\circ$  und ein Maximum bei ca.  $35-40^\circ$ ; aus der Lage des Minimum kan man mit Hilfe einer Diffraktionsformel einen Wert des Kernradius von ca.  $10 \times 10^{-13}$  cm berechnen. Die Kernradien der 18 Elemente werden aus den gemessenen Werten des totalen Wirkungsquerschnittes geschlossen.

---