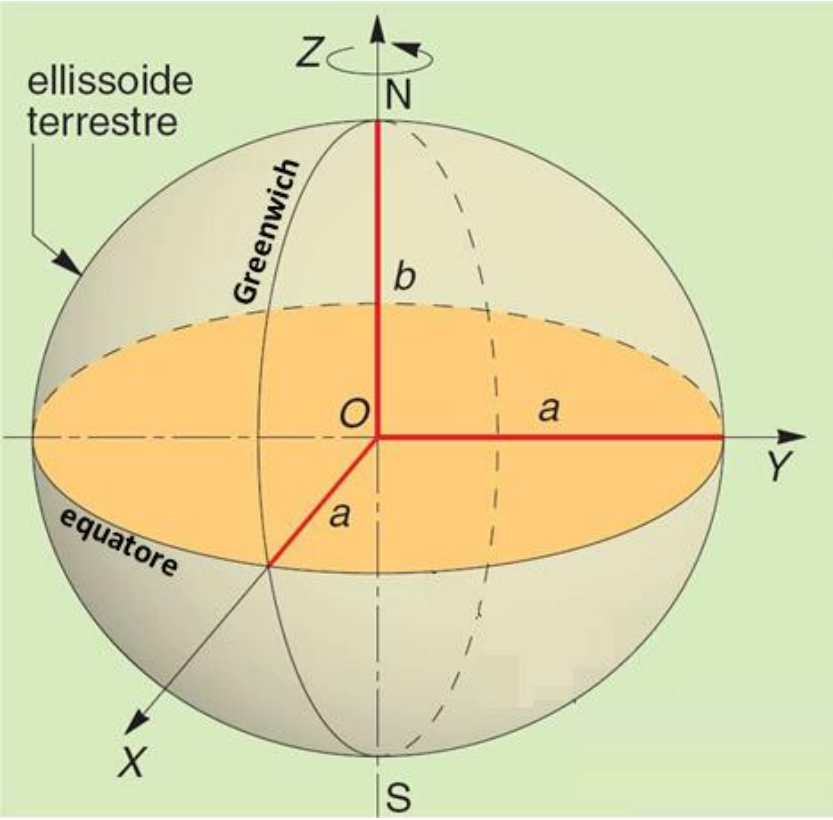
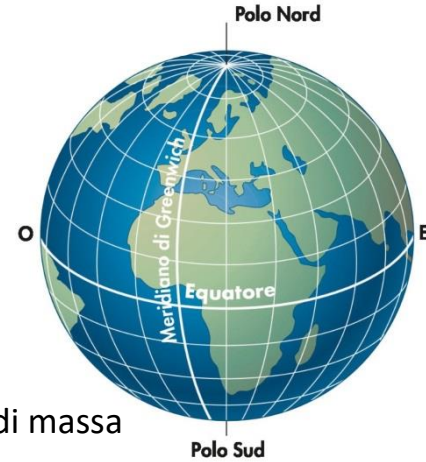


# ELLISSOIDE DI ROTAZIONE

Data la complessità del GEOIDE si è resa necessaria l'introduzione di superfici di riferimento semplificate. **L'ellissoide di rotazione** è il solido descrivibile in termini geometrici e matematici che meglio approssima la forma reale della Terra e per questo viene a costituire la superficie di base per le rappresentazioni cartografiche (superficie di riferimento).



## Ellissoide di riferimento

- origine O coincidente con il centro di massa della Terra;
- asse Z coincidente con un asse di rotazione terrestre;
- asse X intersezione meridiano di Greenwich con equatore
- asse Y tale da completare una terna ortogonale destrorsa.

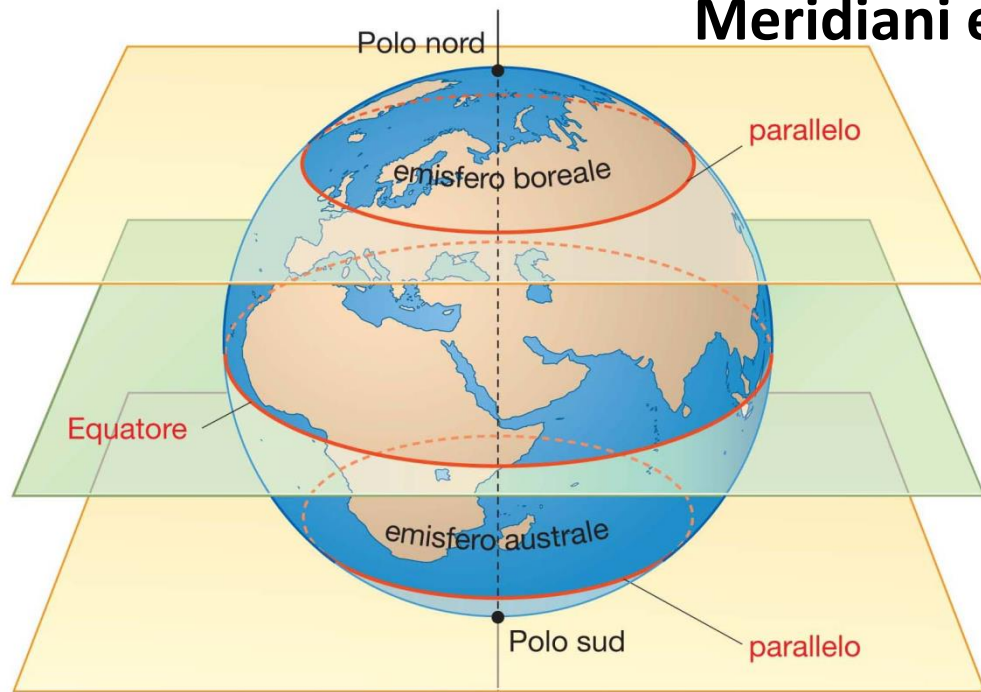
## Equazione ellissoide

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

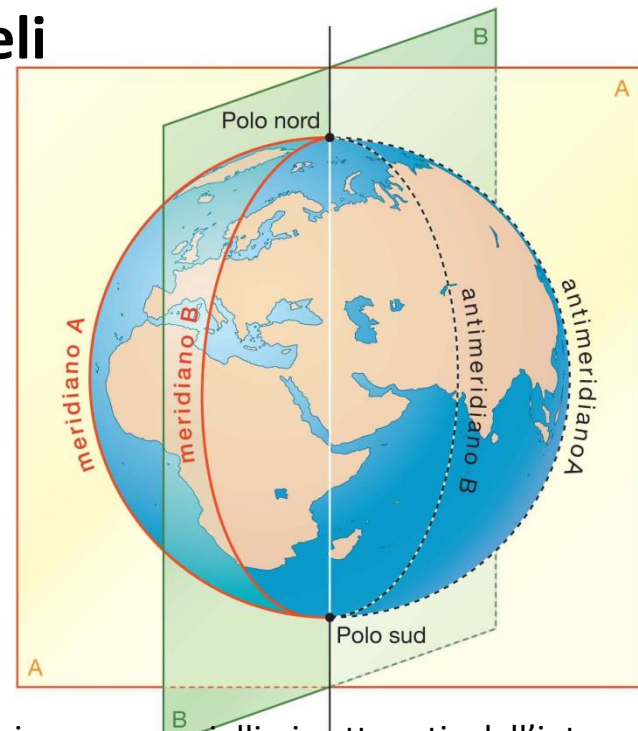
$$s = \frac{a - b}{a} \text{ schiacciamento}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \text{ eccentricità}$$

# Meridiani e paralleli

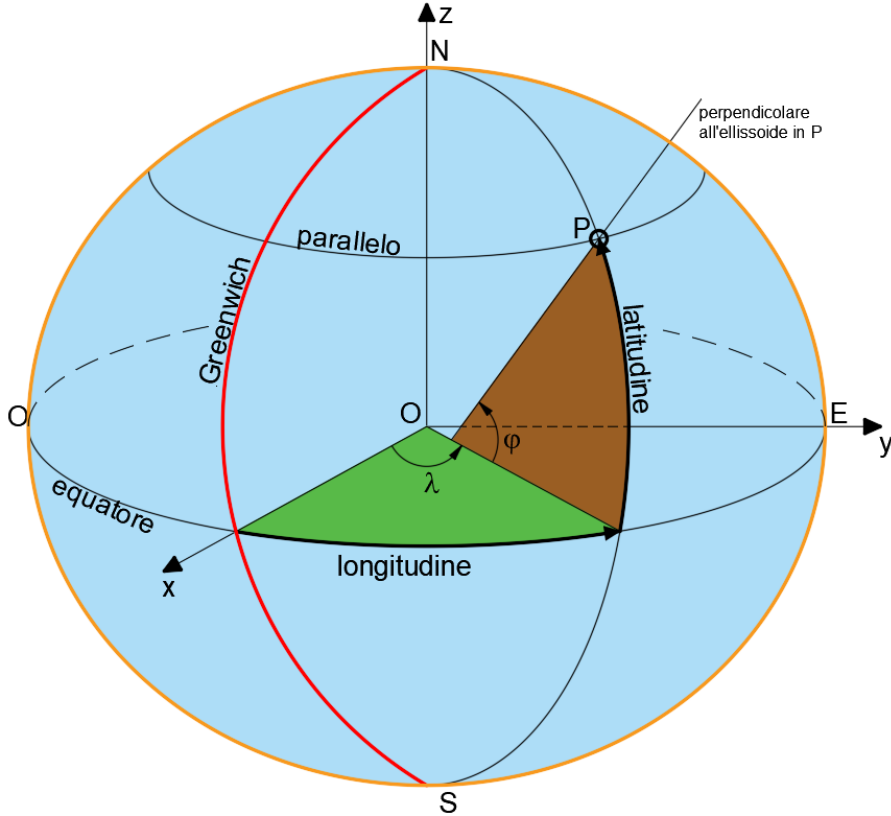


I paralleli sono circonferenze ottenute dall'intersezione dell'ellissoide con piani perpendicolari all'asse terrestre; il parallelo maggiore è l'**Equatore**. I paralleli sono numerati da 0° all'Equatore fino a 90° ai poli Nord e Sud. I paralleli ordinali (aventi per latitudine un numero intero di gradi) sono complessivamente 181 (90 a nord e 90 a sud, ed uno coincidente con l'equatore; i poli stessi vengono considerati paralleli degeneri).



I meridiani sono semiellissi ottenute dall'intersezione dell'ellissoide con piani passanti per l'asse terrestre; il meridiano di riferimento è quello che passa da **Greenwich**, detto meridiano fondamentale o meridiano zero. I meridiani totali sono 360 in totale (180 verso est ed altrettanti verso ovest), numerati a partire da quello di Greenwich che misura 0° verso est e verso ovest.

# Coordinate geografiche – latitudine e longitudine



La latitudine  $\varphi$  è l'angolo compreso tra il piano equatoriale e la perpendicolare all'ellissoide passante per un punto P.

La Latitudine varia da  $0^\circ$  a  $90^\circ$  Nord e da  $0^\circ$  a  $90^\circ$  Sud.

La longitudine  $\lambda$  è l'angolo che si forma tra il meridiano passante per un punto ed il meridiano di Greenwich.

La longitudine prende valori che vanno da  $0^\circ$  a  $180^\circ$  sia ad Est che ad Ovest del meridiano di Greenwich.

Non bastano però solo la latitudine e la longitudine per avere tutte le informazioni sulla posizione di un punto sulla Terra. Ne serve un'altra che è la **quota**.

La **quota ellissoidica** è la distanza di un punto sulla superficie terrestre dall'ellissoide.

**Latitudine, Longitudine e Quota Ellissoidica sono le coordinate ellissoidiche.**

La quota ellissoidica si cambia poi in quota *ortometrica* (riferita al *geoide*).

Ciascun parallelo è legato alla sua specifica **latitudine**. La latitudine aumenta spostandosi verso il Nord del pianeta.

Ciascun meridiano è legato alla sua specifica **longitudine**. La latitudine aumenta spostandosi dal meridiano di Greenwich verso l'Est (o Ovest) del pianeta.

Di ellissoidi ne sono stati proposti molti sia per dimensioni che per orientamento (per portarne la superficie il più possibile vicino a quella della Terra). In molti casi sono stati anche un po' ruotati, facendo **perno su un punto** di contatto ellissoide-superficie terrestre, il **punto di orientamento (o Datum)**, per adattarli ancora meglio alla rappresentazione cartografica.

Alcuni di essi sono:

### Ellissoide di Bessel (1830):

- $a = 6377397$  m,  $b = 6356079$  m,  $s = 1/299.15$

### Ellissoide di Hayford o Internazionale (1909):

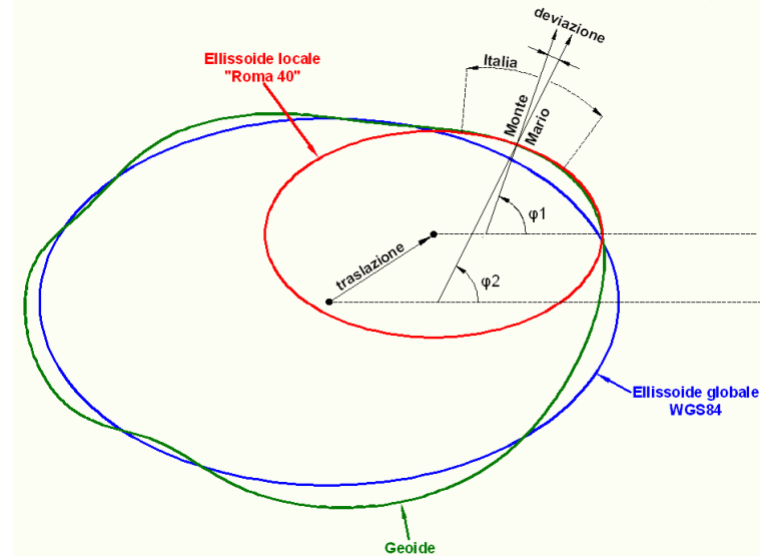
- $a = 6378388$  m,  $b = 6356912$  m,  $s = 1/297$

### Ellissoide WGS84 World Geodetic System (1984) geocentrico:

- $a = 6378137$  m,  $b = 6356752$  m,  $s = 1/298.257$

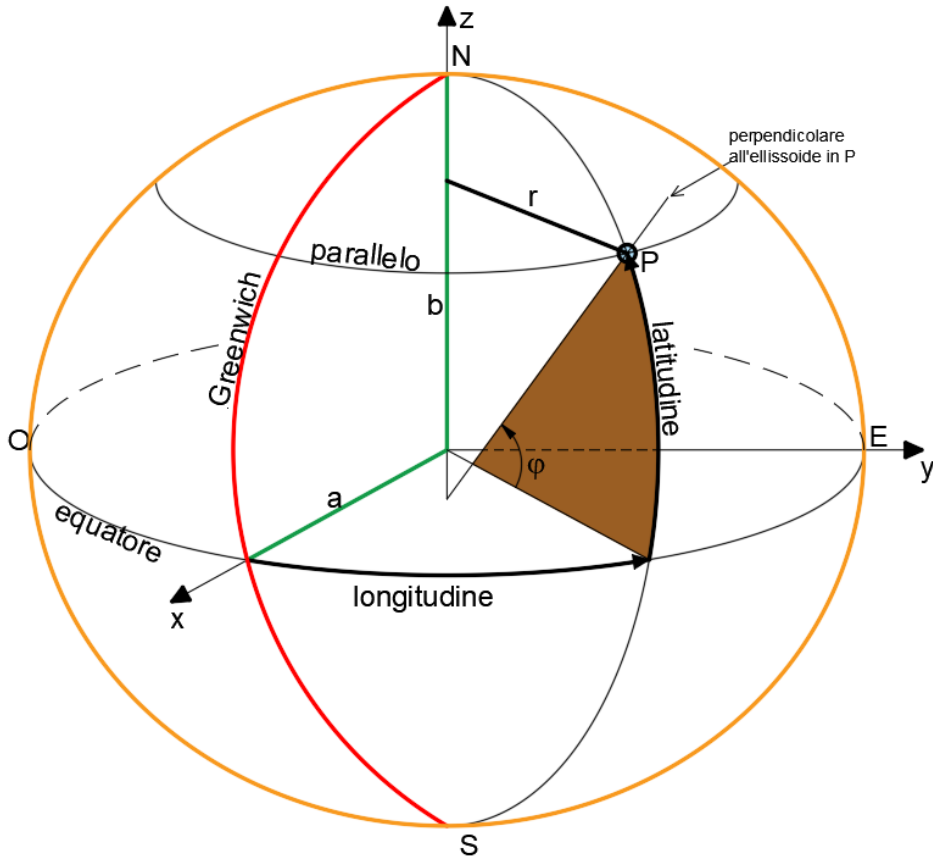


**WGS84:** il suo centro coincidente con il centro della Terra (Datum Geocentrico). Anche se meno preciso rispetto all'ellissoide locale ha validità su in tutte le altre parti della Terra. Le coordinate satellitari fanno riferimento al WGS84



**Datum ROMA40:** utilizzato in Italia (dal 1948), ellissoide di *Hayford*, orientato a **Roma Monte Mario** ed il meridiano che passa di lì è quello fondamentale per la definizione delle longitudini dei punti. Questo *Datum* è stato usato per la produzione cartografia dell'IGM fino alla fine degli anni '80 e, nonostante la legge italiana lo abbia mandato in pensione da qualche anno (dal 2011), gode ancora di ottima salute ed è largamente usato nella Cartografia Tecnica Regionale (CTR).

# Raggio del parallelo nota la latitudine



Per calcolare il raggio di un parallelo dobbiamo conoscere la sua latitudine  $\lambda$  e su quale ellissoide calcolarlo, ovvero i valori dei semiassi  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  e dell'eccentricità  $\mathbf{e}$ .

La formula, anche se risulta piuttosto laboriosa da trovare, è la seguente:

$$r = \frac{a \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

## Esempio

Calcolare il raggio del parallelo di latitudine  $\varphi = 43^\circ 23' 41''$  con i parametri dell'ellissoide di Hayford

$$\varphi = 43 + \frac{23}{60} + \frac{41}{3600} = 43,39472$$

$$a = 6378388 \text{ m} \quad b = 6356912 \text{ m} \quad (\text{ellissoide di Hayford})$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{6378388^2 - 6356912^2}{6378388^2}} = 0,08199189 \text{ m}$$

$$r = \frac{6378388 \cdot \cos 43,39472}{\sqrt{1 - 0,08199189^2 \cdot \sin^2 43,39472}} = 4642149 \text{ m}$$